

MINISTRE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA RECHERCHE  
SCIENTIFIQUE



UNIVERSITE HADJ LAKHDAR - BATNA 1



FACULTE DES SCIENCES DE LA  
MATIERE

DEPARTEMENT DE PHYSIQUE

# THÈSE

PRESENTEE EN VUE DE L'OBTENTION DU  
DIPLOME DE DOCTORAT EN SCIENCES  
*SPECIALITE : PHYSIQUE ENERGETIQUE*

PAR :  
GUENOUNE RABAH

THEME :

---

**ETUDE NUMERIQUE DE L'INFLUENCE DE LA  
DENSITE VARIABLE SUR LES JETS  
TURBULENTS NON REACTIFS**

---

Soutenu le 20 /11 / 2022

**Devant le jury :**

<b>Président</b>	Dr. BOUGOUL SAADI	Pr. université de Batna 1
<b>Rapporteur</b>	Dr. SOUDANI AZEDDINE	Pr. Université de Batna 1
<b>Examineurs</b>	Dr. ADOUANE BELKACEM	Pr. Université de Batna 1
	Dr BOUGRIOU CHERIF	Pr. Université de Batna 2
	Dr BRIMA ABDELHAFID	Pr. Université de Batna 2
	Dr MESSAOUDI LAID	MCA. Université de Batna 2

## الملخص:

الهدف الرئيس من هذه الدراسة هو محاكاة و دراسة حسابية لاستكشاف سلوك و ديناميكية الجريان ذو كثافة متغيرة، و الذي هو عبارة عن نفث غازين مختلفين على سطح، و مقارنة النتائج مع النتائج التجريبية للأستاذ عز الدين سوداني ، باستعمال برنامج الأنسيس بالاعتماد على معدل فافر لدراسة معدل اضطراب الجريان ، و باستعمال طريقة محاكاة البنى الكبيرة لدراسة اضطراب الجريان اللحظي واكتشاف تأثير الكثافة على مختلف الدوامات الموجودة في الجريان. العوامل المهمة في هذه الدراسة هي نسبة السرعة ونسبة الكثافة. البحث توصل إلى النتائج التالية: الاضطراب يزيد و يقوى في حالة نفث غاز خفيف بالقرب من السطح، والسرعة نسبيا كبيرة مع انخفاض شديد في الاحتكاك قرب السطح.

### Abstract:

The first objective that motivates this numerical study is to explore the behavior of the turbulent parietal jet with variable density, and to understand the dynamics and mixing processes with high density difference. The study used two models to simulate the average flow, and to properly describe the instantaneous field of the flow and capture the existing coherent structures. The numerical results obtained were compared with those experimental of A. Soudani. The principle of this study consists in injecting tangentially to the wall in a turbulent boundary layer a gas of density different from that of the external flow through a slot of thickness  $e=3\text{mm}$  formed between two plates. Such a process makes it possible to generate significant differences in density. The study concludes that the turbulence is very large and short in the transition zone, and that the injection of a light fluid gives a slight increase in the average velocity close to the wall and a significant decrease in wall friction, in particular in the transition zone, in the case of helium injection. The second objective is to estimate the scales of Kolmogorov and those of large vortices to build the LES grid in order to access the instantaneous variables of the experience and to study the fine structure of turbulence via skewness and flatness factors.

### Résumé :

Le premier objectif qui motive cette étude numérique consiste à explorer le comportement du jet pariétal turbulent à densité variable, et de comprendre la dynamique et les processus de mélange avec forte différence de densité. L'étude a utilisée deux modèles pour simuler l'écoulement moyen, et pour bien décrire le champ instantané de l'écoulement et capter les structures cohérentes existantes. Les résultats numériques obtenus ont été comparés avec ceux expérimentaux de A. Soudani. Le principe de cette étude consiste à injecter tangentiellement à la paroi dans une couche limite turbulente un gaz de densité différente de celle de l'écoulement externe à travers une fente d'épaisseur  $e=3\text{mm}$  formée entre deux plaques. Un tel procédé permet d'engendrer des différences de densité importantes. L'étude conclue que la turbulence est très importante et courte dans la zone de transition, et que l'injection d'un fluide léger donne une légère augmentation de la vitesse moyenne proche de la paroi et une diminution importante du frottement pariétal, en particulier dans la zone de transition, dans le cas d'injection d'hélium. Le deuxième objectif est d'estimer les échelles de Kolmogorov et celles des grands tourbillons pour construire la grille LES afin d'accéder aux variables instantanées de l'expérience et d'étudier la structure fine de la turbulence via le facteur de dissymétrie et celui d'aplatissement.

## REMERCIEMENTS

Je tiens à remercier, tout d'abords le Pr A. SOUDANI qui m'a proposé le thème de ce travail et qui a su, en tant qu'encadreur, m'initier à l'éthique même du métier de chercheur en me faisant partager, avec enthousiasme, sa passion du travail bien fait. Qu'il trouve ici l'expression de ma profonde estime.

Je tiens à remercier tous particulièrement le Pr S.BOUGOUL qui m'a fait l'honneur d'accepter la présidence du jury.

C'est avec un grand plaisir que j'adresse mes remerciements à Messieurs : Pr ADOUANE BELKACEM ; Pr BOUGRIOU CHERIF ; Pr BRIMA ABDELHAFID et MC MESSAOUDI LAID, qui sont intéressés à ce travail et d'accepter d'être membres du jury, ainsi qu'à l'ensemble des membres du laboratoire de physique énergétique appliquée, qu'ils en soient ici profondément remerciés.

# SOMMAIRE

<b>Remerciements</b> .....	I
<b>Sommaire</b> .....	II
<b>Nomenclature</b> .....	V
<b>Chapitre I</b>	
<b>Introduction et étude bibliographique</b> .....	01
I.1 Introduction.....	01
I.2 Définitions générales.....	06
I.2.1 Différentes sources de la variation de la masse volumique.....	06
- Effets de la géométrie.....	06
- Effets de la dilatation.....	06
- Effets du mélange.....	06
I.3 Incidence de la densité variable sur la turbulence.....	07
I.3.1 Stabilité et transition.....	07
I.3.2 Compressibilité.....	10
I.3.3 Mélange .....	11
I.4 La physique de la turbulence des jets pariétaux.....	12
I.4.1 Raison du choix d'un jet pariétal.....	12
I.4.2 Structures organisées au sein du jet turbulent pariétal.....	15
I.4.3 Différentes applications des jets pariétaux.....	20
I.5 Etude bibliographique.....	27
I.5.1 Effet de la masse volumique sur la dynamique et la turbulence des jets.....	27
I.5.2 Effet de la masse volumique sur les structures cohérentes.....	28
I.5.3 Effet de la masse volumique sur l'épaississement et l'entraînement des jets.....	31
I.6 Objectifs du travail.....	32
I.7 Organisation de la thèse.....	33
<b>Chapitre II</b>	
<b>Formulation mathématique</b> .....	34
II.1 Introduction.....	34
II.2 Equations gouvernant l'écoulement.....	34
II.2.1 Equation de continuité.....	34
II.2.2 Equations de quantité de mouvement.....	34
II.2.3 Equation de la fraction massique.....	35
II.3 Les équations de vorticités instantanées.....	36
II.4 Statistiques et probabilités.....	39
II.4.1 La moyenne arithmétique.....	39
II.4.2 La moyenne d'ensemble $\langle x \rangle$ .....	39
II.4.3 La moyenne spatiale.....	39
II.4.4 La moyenne temporelle.....	39
II.4.5 La fluctuation.....	40
II.4.6 La variance.....	40
II.4.7 Notions de probabilités.....	41
II.4.8 Dissymétrie et aplatissement.....	44
II.5 Modélisation de la turbulence.....	46
II.5.1 Modèle de turbulence des contraintes de Reynolds.....	49
II.5.1.1 Modélisation du terme de transport diffusif turbulent.....	49
II.5.1.2 Modélisation de la corrélation pression-taux de formation.....	50



II.5.1.3 Modélisation du taux de dissipation.....	51
II.5.2 Modèle de simulation des grandes échelles LES (Large Eddy simulation).....	51
II.5.2.1 Les équations filtrées de la turbulence.....	52
II.5.2.2 Fermeture des équations de transport.....	55
II.5.2.2.1 Hypothèse de la viscosité turbulente.....	55
II.5.2.2.2 Hypothèse de longueur de mélange.....	56
II.5.2.2.3 Le modèle Smagorinsky -Lilly.....	56
II.5.2.2.4 Modèle de la viscosité turbulente spectrale.....	57
II.5.3 La méthode LES à masse volumique variable.....	57
<b>Chapitre III</b>	
<b>Configuration, maillage et calculs préliminaires.....</b>	<b>59</b>
III.1 Introduction.....	59
III.2 Conditions aux limites.....	59
III.2.1 Entrée.....	60
III.2.2 Plan de symétrie.....	61
III.2.3 Paroi.....	61
III.2.3.1 Traitement auprès de la paroi.....	61
III.2.3.2 Traitement amélioré pour l'équation de la quantité de mouvement et de la fraction massique.....	63
III.2.4 Frontière libre.....	66
III.2.5 Frontière avant et arrière.....	66
III.3 La méthode numérique adoptée dans Ansys-Fluent.....	66
III.3.1 Algorithme simple.....	67
III.3.2 Critères de convergence .....	68
III.3.3 Sous relaxation.....	68
III.4 Maillage.....	68
III.5 Calcul préliminaire.....	70
III.5.1 $y^+$ le long de la paroi.....	70
III.5.2 Echelle de turbulence.....	71
III.6 Maillage en 3D.....	73
III.7 Incrément de temps d'intégration.....	74
<b>Chapitre IV</b>	
<b>Résultats et discussions.....</b>	<b>75</b>
IV.1 Introduction.....	75
IV.2 Champ moyen.....	75
IV.2.1 Vitesse.....	75
IV.2.2 Masse volumique.....	77
IV.2.3 Turbulence.....	79
IV.2.3.1 L'énergie cinétique turbulente .....	82
IV.2.3.2 La contrainte tangentielle $\overline{u''v''}$ en différentes stations.....	83
IV.2.3.3 Les corrélations de la fluctuation de la masse volumique – vitesse.....	84
IV.2.4 Calcul près de la paroi.....	85
IV.3 Champs instantanés dans le jet pariétal.....	86
IV.3 .1 Comparaison des résultats des deux cas d'injection d'hélium et de l'air.....	87
IV.3 .2 Structure tourbillonnaires 3D.....	90
IV.3.3 Coefficient de pression et de frottement.....	94
IV.3.4 Champs statistiques de vitesse et de turbulence.....	99
IV.3.5 Champs statistiques de la masse volumique.....	102

IV.3.5.1 Corrélations de la fluctuation masse volumique – fluctuation vitesse...	104
IV.3.6 Statistiques des moments d'ordre élevé.....	104
IV.3.6.1 Facteur de dissymétrie de $u'$ .....	104
IV.3.6.2 Facteur de dissymétrie de $c'$ .....	106
IV.3.6.3 Facteurs d'aplatissement de $u'$ .....	107
IV.3.6.4 Facteurs d'aplatissement de $c'$ .....	109
<b>Conclusion générale</b> .....	111
<b>Références</b> .....	113
<b>Annexe</b> .....	120

## Nomenclature

$\tilde{C}$	Moyenne pondérée par la masse volumique de la fraction massique
$C_1, C_1, C_2, C_{c1}, C_{c2}$	Constantes empiriques dans le modèle RSM
$C_s$	Constante de Smagorinsky dans le modèle LES
$C_f$	Coefficient de frottement
$D$	Diffusivité moléculaire, $m^2s^{-1}$
$e$	Epaisseur de la fente d'injection, m
$\overline{F}$	Moyenne conventionnelle d'un scalaire
$f'$	Fluctuation conventionnelle d'un scalaire
$F_q$	Facteur d'aplatissement pour la quantité q
$F_i$	Force de gravité, N/kg
$g$	Accélération gravitationnelle, $m.s^{-2}$
$G_k$	Terme de production due aux forces de flottabilités, $kg.m^{-1}.s^{-3}$
$k$	Energies cinétique turbulente, $m^2s^{-2}$
$l$	Echelle des grands tourbillons, m
$l_m$	Longueur de mélange, m
$P_k$	Terme de production due au gradient moyen, $kg.m^{-1}s^{-3}$
$Q$	Facteur Q, $1/s^2$
$Re_\theta$	Nombre de Reynolds basé sur l'épaisseur de quantité de mouvement
$R_i$	Nombre de Richardson
$S_q$	Facteur de dissymétrie pour la quantité q.
$t$	Temps, s
$u_\tau$	Vitesse de frottement, $m.s^{-1}$
$\tilde{U}$	Moyenne pondérée par la masse volumique de la vitesse, $m.s^{-1}$
$y^+$	Distance adimensionnelle suivant la normale à la paroi

## Lettres grecques

$\eta$	Echelle de turbulence de Kolmogorov, m
$\epsilon$	Taux de dissipation turbulente, $m^2.s^{-3}$
$\phi_{ij}$	terme pression-taux de déformation dans le modèle RSM
$\sigma_k, \sigma_\epsilon$	Nombre de Prandtl pour l'énergie cinétique turbulente et le taux de dissipation
$\delta_{99}$	Epaisseur de la couche limite 99%,m
$\mu, \mu_t$	Viscosité dynamique et moléculaire turbulente, $kg.m^{-1}.s^{-1}$
$\nu$	Viscosité cinématique, $m^2.s^{-1}$
$\rho$	Masse volumique, $kg.m^{-3}$
$\overline{\rho f'}$	Corrélation de la fluctuation densité- scalaire
$\kappa$	Constante de Von Karman
$\tau$	Frottement pariétal, Pa

## Indices

$\tau$	Direction tangentielle relative à la paroi
$\gamma$	Direction transversale
$n$	Direction Normale
$\delta_{ij}$	Indice de kronecker
$i,j,k$	Index Directionnelle





# Chapitre I

## Introduction et étude bibliographique

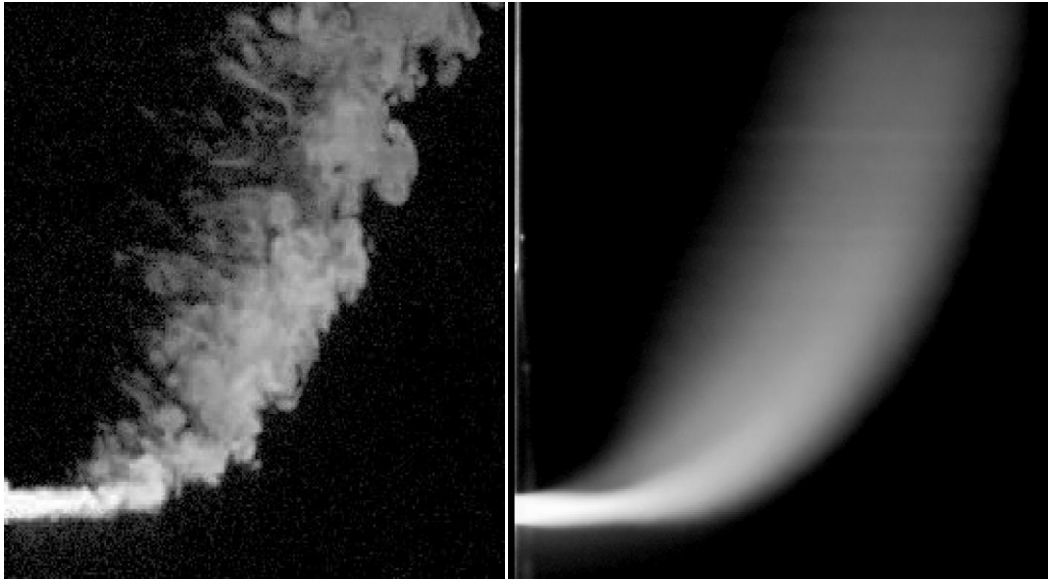
### I.1 Introduction

Cette thèse est une étude numérique d'un jet pariétal turbulent. Ce type d'écoulement a fait l'objet d'un travail expérimental réalisé par A. Soudani (1996), dans lequel il met en évidence l'effet de la densité variable sur le développement d'un écoulement turbulent. Cette étude expérimentale a analysé les champs moyens de vitesse, de densité et du frottement pariétal, ainsi que les distributions instantanées de la vitesse et de la masse volumique. L'exploration des données expérimentales permet aussi de calculer les statistiques des moments d'ordre élevé : comme le facteur de dissymétrie et celui d'aplatissement en démontrant l'influence de la densité variable sur la structure fine de la turbulence du jet pariétal. Les résultats numériques obtenus dans le présent travail seront validés par ceux de l'expérience qui permettent d'interpréter les données statistiques calculées.

Pour réaliser cette étude numérique, le recours au modèle LES est incontournable pour accéder aux quantités instantanées de l'expérience, et pour détecter les tourbillons et les structures cohérentes, ainsi que les pics des contraintes dues aux chocs d'une portion de fluide lourde qui va impacter la paroi. Le deuxième modèle utilisé dans cette étude et qui est le plus approprié pour présenter l'influence de densité, c'est le modèle RSM.

La différence entre les deux modèles est que le modèle RSM commence par moyenniser au départ les équations de Navier-Stokes, et ensuite résoudre les équations résultantes. Alors que le modèle LES consiste à résoudre les équations instantanées et ensuite moyenniser les résultats. Cet inversement de l'ordre de la procédure se traduit par une simplification du côté modélisation, mais aussi par un effort supplémentaire de calcul et de traitement des résultats. La LES donne aussi la possibilité de capter des phénomènes qui serait complètement invisible lors du lissage effectué par la méthode RSM, comme par exemple le comportement instantané de l'écoulement, et le phénomène des éjections et de balayage, voir figure (I.1). La méthode de simulation des grandes échelles produit donc un flux important de données, dont il est très important de savoir exploiter. Les résultats sont sous forme de valeurs instantanées et filtrés des trois composantes de la vitesse, de la pression et de la

concentration en chaque point du domaine de calcul. Deux options s'offrent pour l'exploitation de ces résultats. La première consiste à produire des animations et des vues instantanées sur des plans prédéfinis, ou encore des iso surfaces tridimensionnelles. La deuxième consiste à dé-filtrer les résultats pour comparer les champs moyens aux mesures expérimentales disponibles. Dans ce contexte on a recours à la technique des méthodes statistiques.



**Figure I.1** : Vue instantanée et moyenne temporelle d'un jet à travers un écoulement transversal. Le jet débouche dans un courant du bas vers le haut. (Su et Mungal 1999) [2].

Les écoulements à densité variable nous intéressent aujourd'hui pour deux raisons. D'abord parce que toutes les applications industrielles réelles sont à masse volumique variables. Comme en combustion ou lors de la phase critique d'entrée dans l'atmosphère, d'un objet volant, où les différences de température entre la paroi et la couche externe donnent lieu à de fortes variations de masse volumique, ou encore lors de refroidissement des pales des turbines par injection d'un gaz différent. Ensuite, parce que la densité affecte considérablement la structure fine de la turbulence : à partir de la naissance jusqu'à une turbulence complètement développée, où des nouveaux mécanismes d'instabilités apparaissent avec la variation de densité, et qui ont un impact direct sur les tourbillons existant dans l'écoulement. Tout au long de cette thèse nous référons souvent à ce mot tourbillon, qui correspond à une concentration de la vorticité, autour duquel la turbulence s'organise. L'étude de la turbulence ici est d'un point de vue statistique, surtout en profitant des progrès de

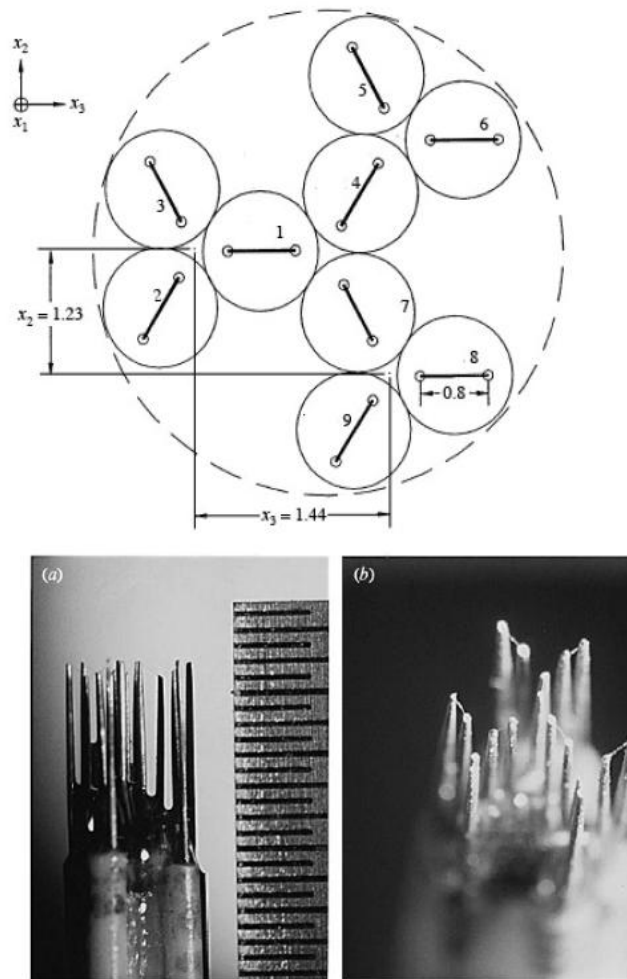


la simulation numérique à l'aide de la méthode LES ou DNS, et surtout avec l'apparition des nouvelles générations des ordinateurs avec un calcul séquentielle, vectoriel et parallèle. Pour tenir compte de toutes les informations perdues lors de l'application de la moyenne aux équations de Reynolds, qui ne diffèrent des équations de Navier-Stokes que par les termes  $\overline{\rho' u'_i u'_j}$  qui représentent des inconnues supplémentaires. Dans ce cas le système est dit n'est pas fermé. Pour pouvoir résoudre ce système, il faut trouver des équations supplémentaires en nombre suffisant. Ceci est un problème de fermeture qui est un problème majeur de la turbulence qui nécessite de la modélisation.

Cette technique a été largement exploitée durant les dernières décennies. Les chercheurs ont développé plusieurs modèles, mais il se posa alors rapidement le problème du choix d'un modèle par un utilisateur potentiel. Ce dernier se trouve dans une situation analogue à l'acheteur d'une voiture confronté à un large éventail de produits ne sachant à priori lequel choisir. Les critères de choix peuvent être multiples : qualité, fiabilité, souplesse, mise en œuvre économique etc.... . Le choix est rendu difficile car les différents modèles ont rarement été testés dans des situations identiques. Pour clarifier la situation, une compétition a été organisée à l'université de STANFORD en Californie où ils ont parlé avec humour des premières olympiades de la modélisation comme au décathlon, chaque modèle concurrent devait se soumettre aux mêmes épreuves. En additionnant les points, on aurait une base objective pour consacrer le champion. En fait, l'évaluation a également tenu compte du dopage des modèles, à savoir du nombre de constantes empiriques exigé par chacun d'entre eux. Les meilleurs étant évidemment ceux qui en avaient le moins. Les champions qui s'y révélèrent furent les modèles à plusieurs équations de transport. Le modèle RSM est certainement un de ces modèles de turbulence le plus utilisé. Donc on n'a pas pu proposer un modèle universel satisfaisant pour tous les types d'écoulement sans l'intervention de constantes ad-hoc. La difficulté vient du fait que la turbulence représentée sous forme de viscosité turbulente qui est une propriété de l'écoulement et non du fluide. La simulation à l'aide de la méthode LES ou DNS a apporté un bouleversement dans notre façon d'appréhender la turbulence, dans le passé, par manque des moyens informatiques nous étions obligé de traiter des équations moyennes et proposant des méthodes de fermeture difficilement vérifiables. Nous avons presque oublié la mécanique des

fluides. Maintenant, les outils de simulation numérique et de visualisation nous ont redonné la vue, le brouillard s'est dissipé, la superbe beauté et la simplicité de la turbulence sont apparues. La turbulence est beaucoup plus simple qu'on ne l'imagine. Elle est faite de quelques tourbillons et instabilités fondamentales, que l'on peut comprendre simplement à partir des principes de base de la dynamique tourbillonnaire. Un nouveau concept donc est apparu, celui de l'expérience numérique qui vient compléter l'expérimentation en laboratoire. Parfois les deux types entre en compétition, surtout lorsque des températures ou des pressions trop hautes rendent l'expérience de laboratoire dangereuse ou trop coûteuse. Surtout l'expérience se heurte aujourd'hui à des problèmes similaires à la simulation directe DNS liés à la taille physique limitée des sondes disponibles aujourd'hui, et l'effet du blocage de la paroi. Par exemple pour une couche limite avec un faible nombre de Reynolds basé sur l'épaisseur de quantité de mouvement  $Re_\theta = 5000$ , l'échelle de Kolmogorov et la fréquence sont estimées respectivement à  $25\mu m$  et  $24\text{HZ}$ , ces deux paramètres vont imposer le choix idéal des sondes à utiliser. La taille et la sensibilité à la fréquence pour le détecteur sont respectivement inversement proportionnel au nombre de Reynolds  $Re_\theta$  et  $Re_\theta^2$ . L'anémométrie à film chaud est utilisée pour déterminer la fluctuation temporelle à un point donné dans l'écoulement. Le diamètre du fil chaud est de l'ordre de  $1\mu m$  jusqu'à  $0.3\mu m$  où il est largement inférieur au  $l_{k\theta}$ , par contre, la sensibilité physique nécessite  $l_{zfr} = 1\text{mm}$  pour limiter l'effet de la conduction axial. La longueur du fil chaud dans la direction transversale dépasse largement l'échelle de Kolmogorov, et conduit à une mauvaise résolution spatiale et à une sous-estimation de l'intensité de la turbulence mesurée. L'erreur augmente en augmentant le nombre de Reynolds.

Concernant la vorticité des tourbillons, on utilise des sondes constitué de multiples fils chauds. Des progrès importants ont été réalisés dans ces dernières années pour fabriquer de film chaud capable de mesurer directement le frottement pariétal instantané. Le problème principal de la mesure de vorticité est la résolution spatio-temporelle proche de la paroi qui est limitée par les dimensions des détecteurs. La taille du détecteur est sept fois plus grande que l'échelle de Kolmogorov. Ce détecteur contient trois fils chauds, comme il est présenté sur la figure (I.2).



**Figure I.2 :** Sonde de vorticité, reproduit par Honkan, 1997 [3].  
*Les dimensions montrées en haut de la figure sont en mm*

Un autre grand intérêt de la simulation numérique est la possibilité de contrôler la turbulence, par exemple en combustion si on veut favoriser le mélange alors qu'en acoustique si on veut minimiser le bruit par la réduction de l'écartement du sillage du jet. La simulation permet encore de faire varier les paramètres tels que le nombre de Reynolds, la masse volumique, les conditions initiales et aux limites. On peut ainsi provoquer des bifurcations conduisant à une modification totale de la structure de la turbulence. Ce contrôle de la turbulence s'applique à l'aérodynamique des automobiles, TGV, avions et engins hypersoniques, à la combustion dans les moteurs, à la thermo hydraulique des réacteurs, ou au génie chimique et à la pollution dans l'atmosphère et l'océan.

## I.2 Définitions générales

### I.2.1 Sources de la variation de la masse volumique

On peut distinguer plusieurs sources de la variation de densité, à partir de la définition de la masse volumique, comme le rapport entre la quantité de la masse  $M$  d'une parcelle de fluide et son volume.

$$\rho = \frac{M}{V}$$

D'après cette équation deux situations peuvent être considérées :

- i. La variation du volume d'une quantité de fluide de masse constante.
- ii. La variation de la masse d'un volume donnée de fluide.

Adoptant l'analyse lagrangienne c'est-à-dire suivre la parcelle de fluide d'une quantité massique constante, on peut déduire trois configurations distinctes, où la variation de densité peut être liée à :

#### - Effet de la géométrie

On peut illustrer l'effet de la géométrie dans le cas d'une chambre de combustion où le volume de la masse d'une portion de fluide confiné vari en réponse à la variation des limites de la géométrie considérée.

#### - Effets de la dilatation

Le volume de l'élément de fluide peut être changé dû à l'expansion thermique du fluide à travers la convection thermique, ce qui conduit à l'apparition des forces de flottabilités dans un champ gravitationnel non nul.

La deuxième classe de la variation de densité associée à l'équation de densité peut être conçue avec l'approche eulérienne où la masse d'un volume de contrôle donnée change dû à la variation du flux massique, qui dépend du non homogénéité spatial, de la composition ou de la température du fluide. Cette source de la variation de densité est appelée effet du mélange.

#### - Effets du mélange

On peut facilement observer l'effet du mélange quand deux (ou plus) espèces de masse différentes, non réactives se mélangent à pression et à température constante.

Lele [4] a résumé les précédentes sources de la variation de densité en deux classes principales :

1. Effets associés à la compressibilité avec un changement de volume de la parcelle de fluide.
2. Effets inertiels comme le résultat d'une composition variable ou un changement de volume dû au transfert de chaleur.

Quand on est devant une masse volumique variable les questions suivantes se posent :

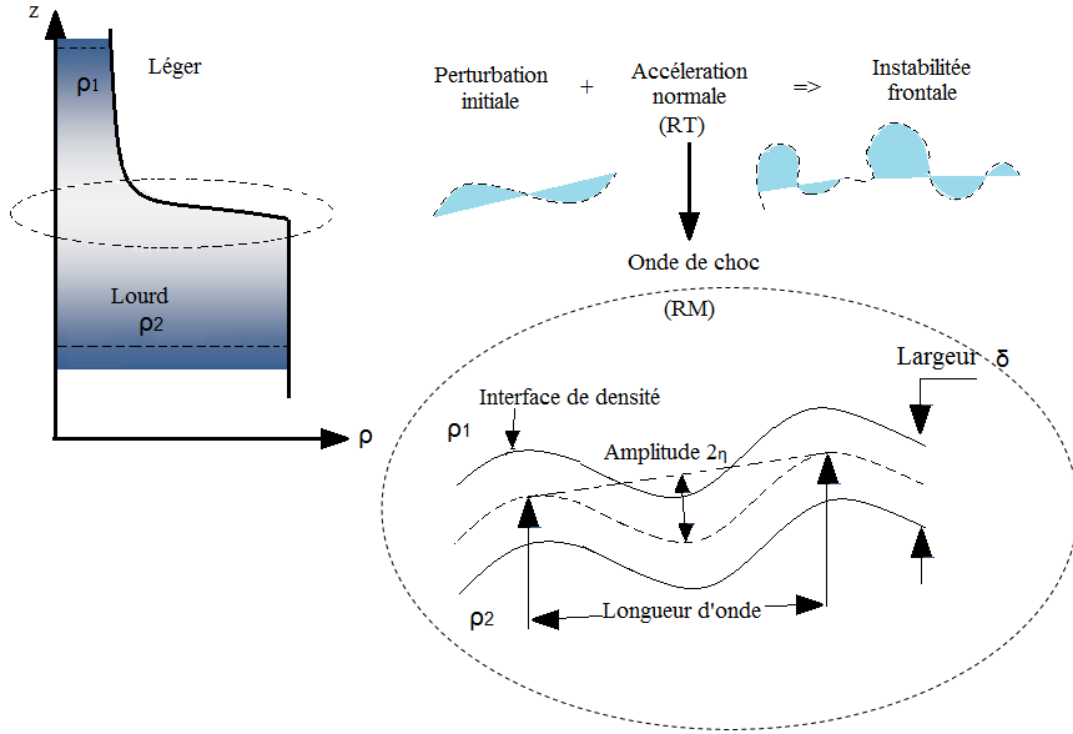
- Quelles sont les effets de la variation de la densité sur le champ d'écoulement moyen ?
- Quelles sont les effets de la fluctuation de densité sur les caractéristiques statistiques du mouvement du fluide ?
- Quelles sont les mécanismes de la turbulence spécifique due à la variation de densité du fluide ?

### **I.3 Incidence de la densité variable sur la turbulence**

#### **I.3.1 Stabilité et transition**

La turbulence naît dans certaines conditions à partir de petites perturbations comme la vorticité de Taylor-couette, Von Karman, l'onde Tollmien schlichting. Dans le cas d'un écoulement à densité variable la situation sera totalement chang e : l'apparition de forces extérieures, dans un champ gravitationnel normal à l'interface entre deux fluides de densités différentes d'où l'apparition de nouveaux mécanismes de perturbations voir figure (I.3). Ce phénomène a été étudié en premier lieu par Taylor dans le contexte de l'instabilité de Rayleigh-Taylor (RT) dans un régime linéaire. Une perturbation RT peut se produire dans une couche de mélange dans le sillage d'une plaque très fine de part et d'autre de laquelle les deux courants ont des vitesses et des densités différentes, voir la figure (I.3).

Par contre l'instabilité de Richtmyer-Meshkov (RM) se développe lorsqu'une onde de choc passe à travers une interface perturbée entre deux fluides de densité différente.



**Figure I.3 :** Instabilités de Rayleigh-Taylor (RT) et Richtmyer-Meshkov (RM) [82]

Dans la limite  $\delta \rightarrow 0$  (voir l'interface fine de densité figure (I.3)), on peut obtenir les équations gouvernantes de l'amplitude  $\eta(t)$  de la perturbation périodique avec un nombre d'onde  $k = 2\pi/\delta$  dans un plan transversal à partir de la théorie classique (RT) et (RM) comme suis :

$$RT: \quad \frac{d^2 \eta(t)}{dt^2} = kgA\eta(t) \quad RM: \quad \frac{d\eta(t)}{dt} = k\Delta u A \eta_0$$

Dans ces équations,  $A = \frac{\rho_2 - \rho_1}{\rho_2 + \rho_1}$  est le nombre d'Atwood,  $g$  est le module du vecteur de l'accélération gravitationnelle,  $\Delta u$  est le changement de la vitesse de l'interface induit par le choc et  $\eta_0 = \eta(t = 0)$ .

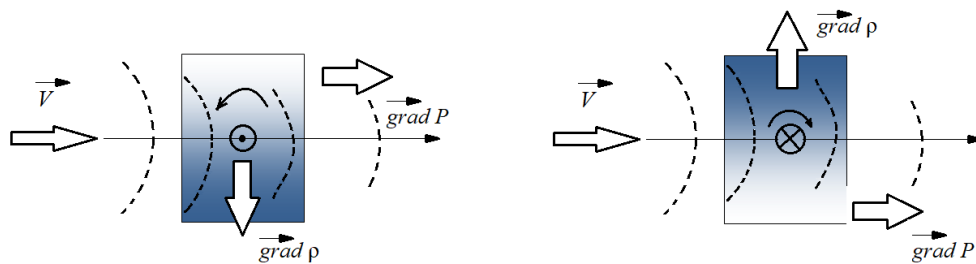
Par une intégration analytique, on remarque que l'augmentation de l'amplitude de la perturbation est exponentielle dans le temps pour l'instabilité (RT), et elle est linéaire pour l'instabilité (RM) :

$$RT: \quad \eta(t) = \eta_0 e^{\sqrt{Akg} \cdot t} \quad RM: \quad \eta(t) = \eta_0 (1 + Ak\Delta u \cdot t)$$

Donc un gradient de densité  $\vec{\nabla}\rho$  très important est perpendiculaire à l'interface horizontale ( $\rho_1/\rho_2$ ). Par contre, le choc correspond à un fort gradient de pression  $\vec{\nabla}p$  est également perpendiculaire à la surface de l'onde de choc. Si le choc n'est pas

parallèle à l'interface de densité, il existera donc à l'intersection du choc et de l'interface un effet barocline dû au non alignement des vecteurs  $\vec{\nabla}\rho$  et  $\vec{\nabla}p$ . Notons que des tourbillons en spirale se formeront le long de l'interface au passage du choc voir figure (1.4). Ces tourbillons sont de même signe, et constituent une véritable couche de mélange.

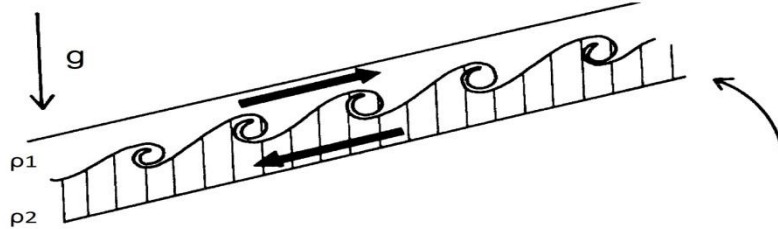
Ces nouveaux mécanismes vont donc améliorer ou bien réduire le processus de transition.



**Figure I.4** : Génération de la vorticité par le couple barocline dans une couche de mélange stratifiée [82]

Considérant une couche de mélange stratifiée et stable où les deux courants horizontaux et superposés suivant la verticale sur une épaisseur caractéristique  $\Delta$ , ont des densités différentes. Le nombre de Richardson local  $R_i = -g\Delta\bar{\rho}_* \frac{\delta}{U^2}$  est défini comme le rapport du carré de la vitesse caractéristique des ondes de gravité ( $g\Delta$ ), divisé par le carré de la vitesse relative typique dans la zone de mélange ( $U$ ). Si  $R_i$  est très petit ( $R_i \ll 1$ ), les ondes de gravité ont des vitesses faibles par rapport à  $U$ , et peuvent être négligées. Dans ce cas, on aura affaire à l'instabilité de Kelvin-Helmholtz. Si, au contraire,  $R_i$  est grand, les ondes de gravité se propageront trop vite afin que l'instabilité ne puisse agir. On peut montrer qu'il existe un nombre de Richardson critique, égal à  $1/4$ , pour lequel cette transition s'opère. Au départ dans la couche de mélange a une épaisseur  $\Delta$  suffisamment petite pour que le nombre de Richardson associé à  $\Delta$  soit inférieur  $1/4$ : les tourbillons Kelvin-Helmholtz peuvent donc se développer. Mais l'épaisseur  $\Delta$  de la couche de mélange va croître avec la

formation des tourbillons et le nombre de Richardson va donc croître, jusqu'à atteindre la valeur critique où l'instabilité s'arrêtera.



**Figure I.5 :** Formation des vortex Kelvin-Helmholtz et transition vers la turbulence dans une couche de mélange stratifiée [84].

### I.3.2 Compressibilité

En régime incompressible, la fluctuation de la pression, ne joue pas un grand rôle dans le transfert d'énergie entre le mouvement moyen et le mouvement fluctuant, mais dans le cas compressible, elle a une influence dominante, où la radiation du bruit et l'onde de choc ont des conséquences spécifiques sur le transfert d'énergie.

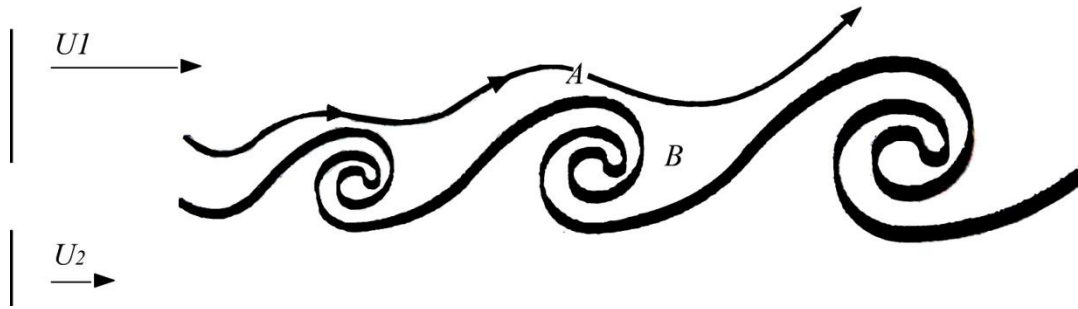
Dans les applications aérospatiales l'interaction de l'onde de choc avec la couche limite turbulente des écoulements à grandes vitesses, va intensifier la turbulence et va créer des mécanismes importants avec la fluctuation de la température, pour la production de la vorticité et de la turbulence.

Si on suppose une couche de mélange dans un gaz parfait compressible, entre deux courants de vitesse  $U_1$  et  $U_2$  et de même température, l'effet de la compressibilité sur une telle couche de mélange, tel qu'il a été mis en évidence dans l'expérience de laboratoire de Anatol Roshko au CALTECH [5], est la réduction du taux d'élargissement de la couche lorsque le nombre de Mach convectif augmente. Supposant que la couche contient des tourbillons de Kelvin-Helmoltz bidimensionnels, voir figure (I.6), dans le cas d'un fluide incompressible, l'expérience de laboratoire montre que ces tourbillons sont transportés vers l'aval avec une vitesse moyenne  $\frac{U_1+U_2}{2}$ . Si on voyage dans un repère en translation avec les tourbillons, on va remarquer que le courant supérieur a la vitesse :

$$U_1 - \left(\frac{U_1 + U_2}{2}\right) = \left(\frac{U_1 - U_2}{2}\right) = U$$



Et le courant inférieur va avoir la vitesse  $-U$ .



**Figure I.6** : Couche de mélange compressible [84]

Considérant maintenant une parcelle de fluide voyageant dans le courant supérieur, et passant successivement près d'un tourbillon de la région A à la zone de stagnation située entre les deux tourbillons de la région B figure (1.6). Dans le cas incompressible, la région A est à une pression inférieure à celle de la région B, puisque le tourbillon est une zone de basse pression. Ceci reste vrai quand la compressibilité n'est pas trop importante, où on peut négliger les effets de différence de densité entre les deux courants (effets baroclines). Dans le cas compressible le fluide passant en A où la vorticité est beaucoup plus faible qu'au cœur du tourbillon et qui va être comprimé en arrivant en B, et subira une augmentation de sa densité. Il en résulte que la vorticité en B sera plus importante qu'en A, puisque le rapport vorticité sur densité est un invariant du mouvement. Donc dans la couche de mélange compressible, il ya une production de vorticité entre les tourbillons. Ce phénomène va à l'encontre de l'instabilité de Kelvin- Helmholtz, qui tend au contraire à renforcer la vorticité au voisinage de A et à la diminuer dans la zone de stagnation au voisinage B. La compressibilité tend à contrarier la formation des tourbillons de Kelvin- Helmholtz et leur épanouissement.

### **I.3.3 Mélange**

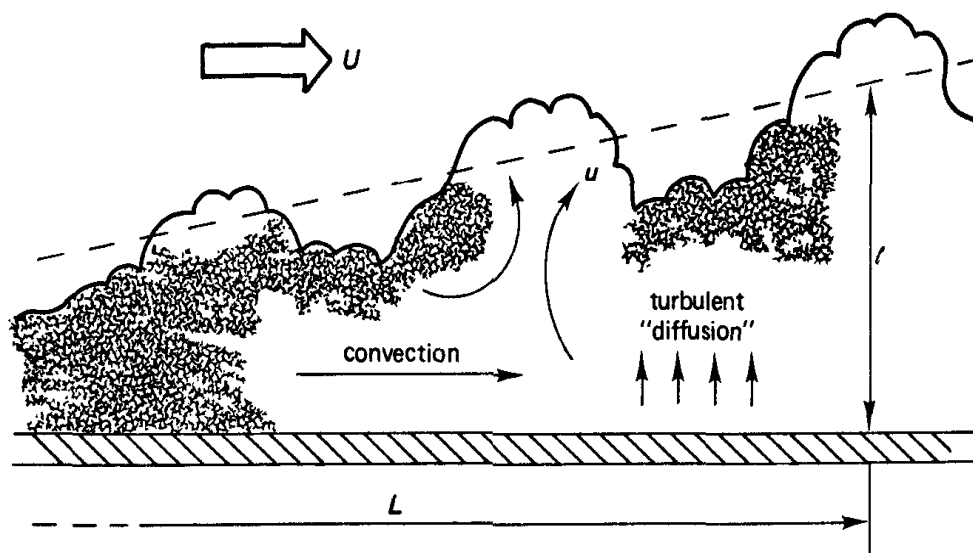
L'effet de la turbulence le plus important est sa capacité à diffuser spatialement toutes les grandeurs attachées au fluide avec une efficacité très largement supérieure à celle de la diffusion moléculaire. Le mélange en mécanique de fluide est le processus de diffusion des substances à travers la surface inter mati rielle au niveau de la couche de mélange. Cette diffusion va provoquer une variation de densité, et par conséquent, le couplage des équations de conservation thermodynamique et mécanique (masse,

quantité de mouvement, énergie cinétique turbulente, ...) qui devient très fort par l'apparition d'une variable supplémentaire qui est la masse volumique.

## I.4 La physique de la turbulence des jets pariétaux

### I.4.1 Raison du choix d'un jet pariétal

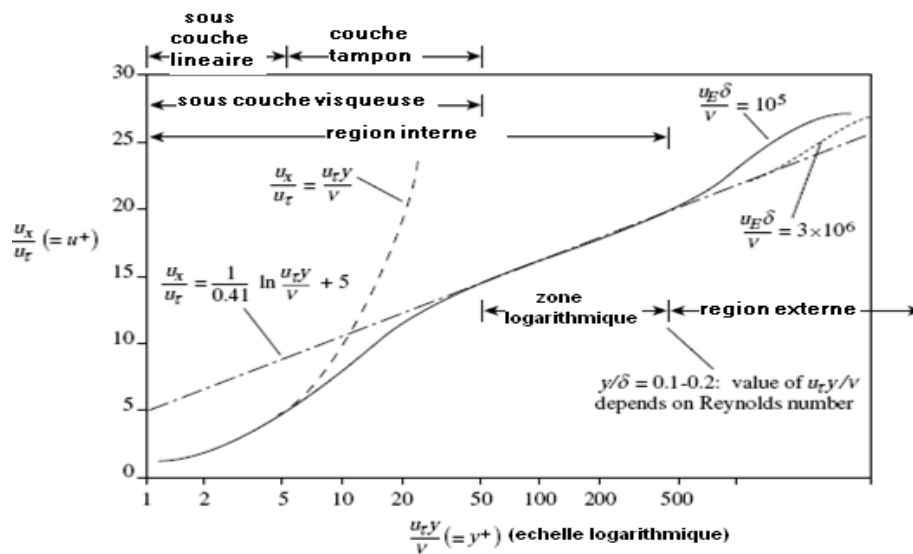
La configuration adoptée dans ce travail est celle d'un jet pariétal, car c'est l'écoulement le mieux placé pour étudier et bien démontrer les effets de la densité variable, à cause de ses caractéristiques fondamentales : la coexistence de deux couches de cisaillement au sein de l'écoulement qui vont renforcer le transfert de la quantité de mouvement ainsi que le mélange. L'utilisation du mélange Air-Hélium renforce d'avantage la génération de la différence de densité même à des vitesses modérées voir figure (I.7).



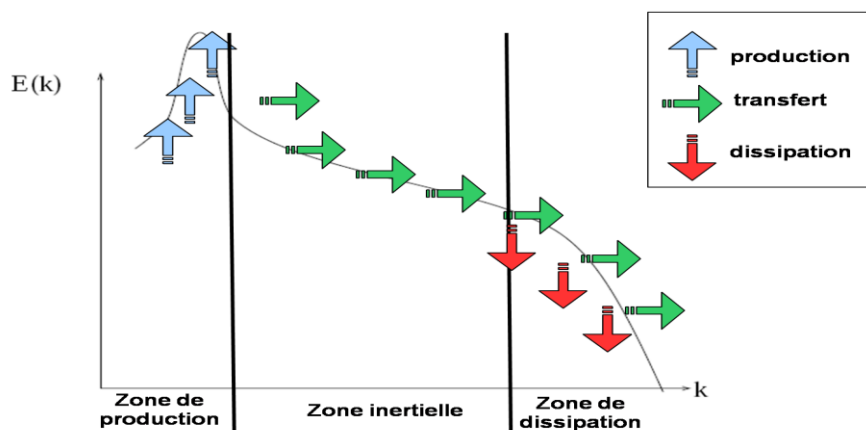
**Figure I.7 :** Echelle de longueur et de vitesse dans une couche limite turbulente [83].  
 *$L/U$  représente l'échelle de temps convectif*

Dans un jet pariétal on observe deux régions, une plus proche de la paroi et similaire à la couche limite, et une autre, loin de la paroi : région externe similaire à un jet libre, dont le fluide peut être au repos [6], ou avec une vitesse inférieure [7-11] ou supérieure à celle du jet interne [8]. La quantité de mouvement moyenne est très importante. Elle se diffuse vers la région visqueuse proche de la paroi, puis elle se dissipe par l'action de la viscosité. Une région intermédiaire doit exister où la quantité de mouvement est transférée vers la paroi et dans laquelle la contrainte visqueuse n'est pas assez importante. Cette zone est appelée la zone logarithmique.

Ceci est analogue à la zone inertielle et à la loi  $-5/3$  de Kolmogorov où l'énergie cinétique est transférée à partir des plus grosses structures tourbillonnaires vers les moins grosses. Le phénomène se répète en cascade jusqu'au plus petites structures dissipatives de Kolmogorov. Ces dernières dissipent l'énergie reçue de façon irréversible en énergie interne de chaleur. Au milieu des deux zones cités ci-dessus, on distingue une région appelée zone inertielle indépendante des grandes échelles ainsi que des petites voir les figures (I.8) et (I.9). Mais cette loi va être modifiée dans le cas d'une densité variable ou un écoulement stratifié, dans lesquels la densité et la stratification fluctuent considérablement dans le temps et dans l'espace [12-14].



**Figure I.8 :** Régions d'une couche limite (Cebeci et Bradshaw, 1977) [15].



**Figure I.9 :** L'énergie cinétique turbulente contenue dans les tourbillons de différentes tailles.

Des études effectuées par Dejoan et Leschziner [6,7], ont démontré des points très importants : la manière avec laquelle l'interaction entre les deux couches de

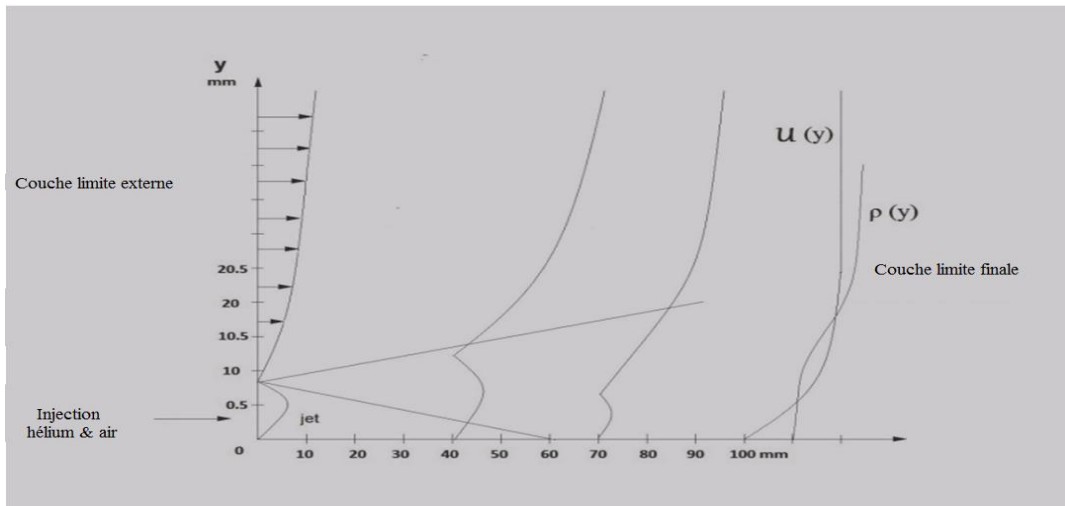
cisaillement se manifeste, surtout la diffusion des contraintes turbulentes à travers la zone intermédiaire, et la migration des grands tourbillons de la zone externe vers la zone interne plus proche de la paroi. On peut citer encore une étude comparative des mêmes auteurs, entre deux jets pariétaux, le premier est réel et l'autre est fictif où on peut l'imaginer sans frottement pariétale [11]. Les résultats les plus importants montrent que d'une part lorsque le cisaillement pariétal disparaît, l'influence de la couche externe va être sentie plus profondément jusqu'à la région la plus proche de la paroi. Dans ce cas, la turbulence est renforcée et isotrope et l'échelle de longueur intégrale est plus grande. D'une autre part dans le cas d'une paroi réelle, l'effet de la viscosité étouffe l'énergie turbulente, avec une anisotropie importante du champ des contraintes.

Notre configuration dans cette étude consiste à injecter tangentiellement à la paroi dans une couche limite turbulente un gaz de densité différente de celui de l'écoulement externe à travers une fente d'épaisseur  $e = 3mm$  formée entre deux plaques. Un tel procédé permet d'engendrer une variation de densité importante.

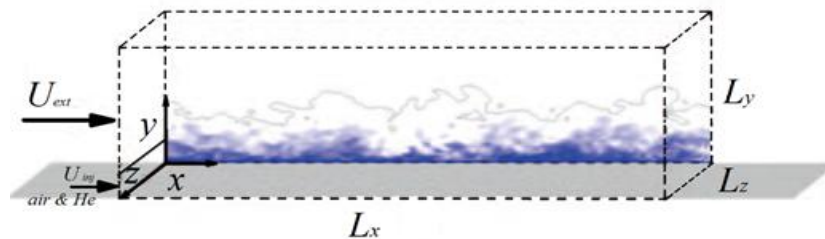
En effet, le développement du jet pariétal est schématiquement constitué de deux zones :

- . Une première zone, où la couche limite développée sur la plaque supérieure rencontre l'écoulement de poiseuille formé dans la fente d'injection. Ceci donne naissance à une couche de mélange qui se développe jusqu'à atteindre la plaque inférieure. Cette région est caractérisée par une agitation très forte due à la fluctuation importante de densité.

- . Une deuxième zone pour un régime final où le profil de vitesse se rapproche de celui d'une couche limite turbulente standard, mais combiné à un gradient normal de densité voir figures (I.10) et (I.11).



**Figure I.10 :** Schématisation du développement du jet pariétal



**Figure I.11 :** Schématisation du jet pariétal en 3 D

#### **I.4.2 Structures organisées au sein du jet pariétal turbulent**

On doit à Leonardo da Vinci l'existence des structures cohérentes dans des écoulements turbulents voir figure (I.12). On remarque la présence des mêmes structures au niveau des deux couches de cisaillement du jet pariétal.

En 1940 les travaux expérimentaux ont pris deux directions principales : la modélisation des équations de Reynolds et le traitement statistique de la turbulence. L'anémométrie à fils chauds a permis d'obtenir la variation instantanée de la vitesse  $V_i(t)$  et de fournir les différentes corrélations nécessaires pour la modélisation. Au début de cette technique n'a rien révélé ce qu'on appelle des structures cohérentes en examinant les données expérimentales et en observant la variation de la fluctuation en point donné.

Mais en étudiant les corrélations des fluctuations en deux points on a commencé de capter des structures spatiales, en particulier à partir des expériences de visualisation. Néanmoins, afin d'obtenir des informations plus quantitatives, ces structures sont généralement identifiées à partir d'analyses statistiques conditionnelles des signaux des fluctuations de vitesse, de vorticité, ou encore de la

température de l'écoulement. Les événements sont dits cohérents à partir de critères, généralement fondés sur la durée et l'intensité de certaines fluctuations. Ces critères sont souvent définis de manière à retrouver les fréquences d'apparition de des évènements données par les expériences de visualisation.

Il a fallu attendre les célèbres expériences de A.Roshko [5] et ses collaborateurs au CALTECH dans le début des années soixante-dix pour montrer l'existence de tourbillons cohérents de ce type dans des couches de mélange à très grand nombre de Reynolds. A l'époque la plupart des spécialistes de la turbulence développée pensaient en terme de concepts tels que le retour à l'isotropie, où un tourbillon devait immédiatement être étiré dans toutes les directions et finalement détruit par la turbulence. La démarche suivie par Roshko allait à l'encontre du point de vue statistique.

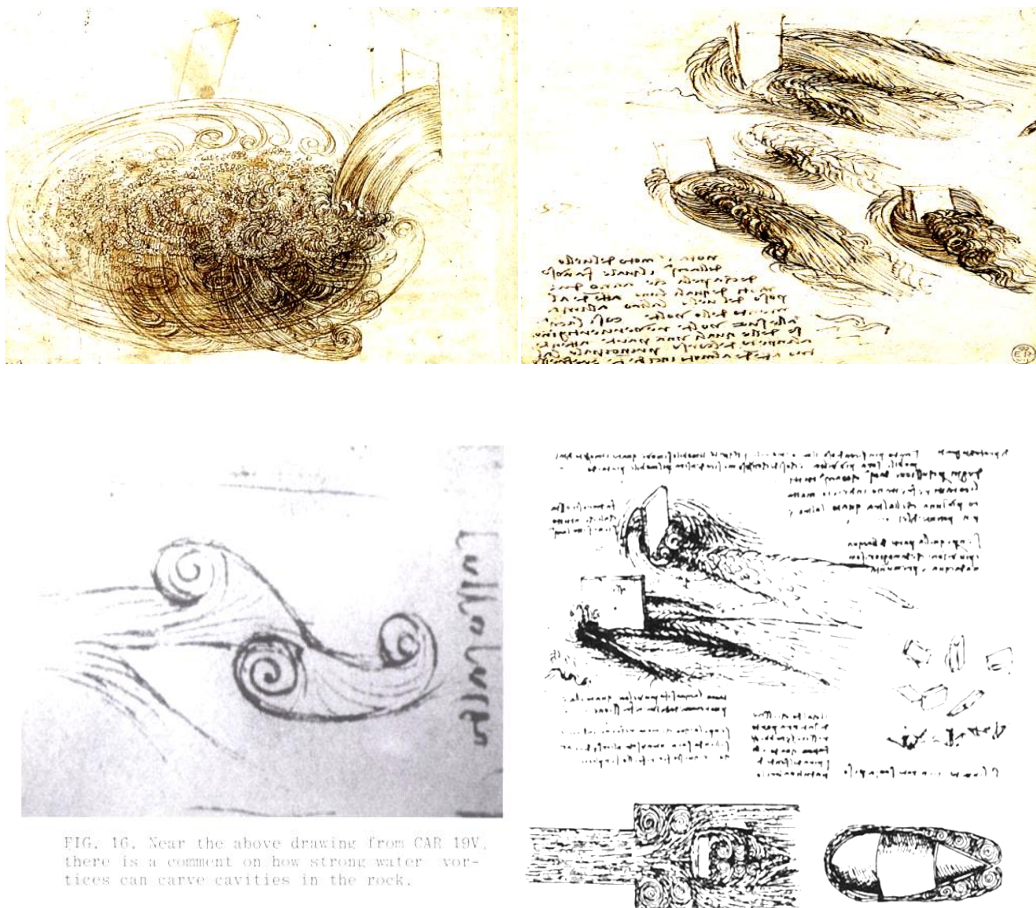
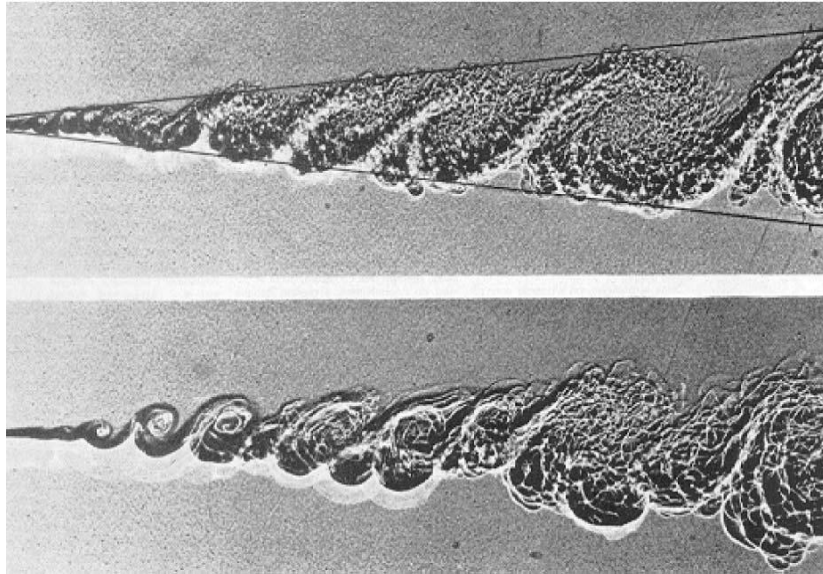


FIG. 16. Near the above drawing from CAR 19V, there is a comment on how strong water vortices can carve cavities in the rock.

**Figure I.12** : Schémas tirés des notes de Léonardo da Vinci, 1508

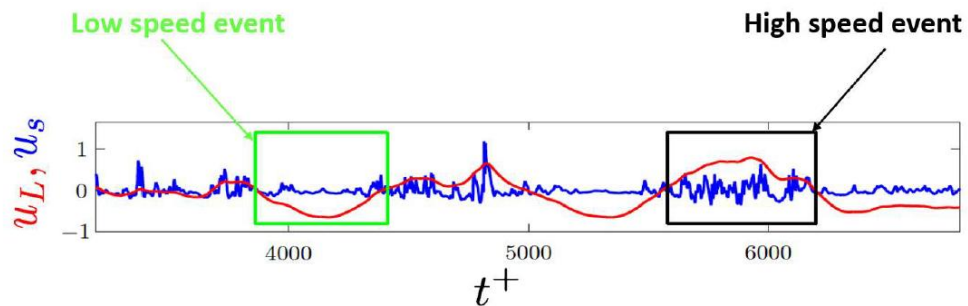
[http://efluids.com/efluids/gallery/gallery\\_pages/da\\_vinci\\_page.htm](http://efluids.com/efluids/gallery/gallery_pages/da_vinci_page.htm)





**Figure I.13** : Couche de mélange turbulente en soufflerie (A. Roshko, CALTECH) [5].

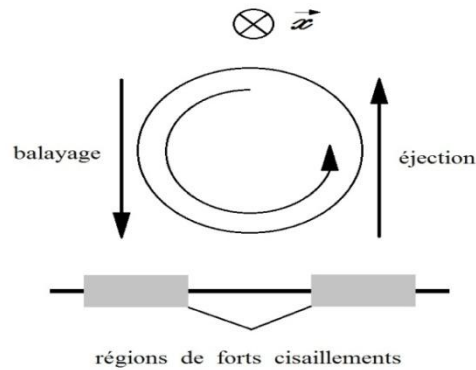
Proche de la paroi, il existe des courants longitudinaux et des événements cohérents largement étudiés en couche limite turbulente : les balayages (sweeps) à grandes vitesses, les éjections à petites vitesses et les ‘burst’ qui ont fait l’objet d’une large part des préoccupations depuis la fin des années soixante, appelés streaks en anglais.



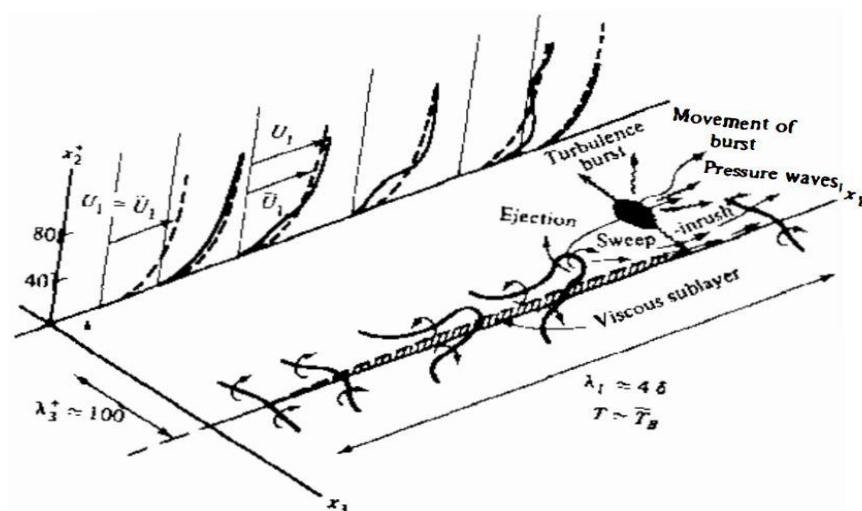
**Figure I.14** : Effet d'amplitude et de la fréquence à  $y+=6$  Gnanamanickam (2016) [16].

Les balayages constituent des mouvements cohérents de fluide venant des régions extérieures de la couche limite qui vient impacter la paroi à grande vitesse créant un frottement localement plus fort que le frottement moyen. Au contraire, les éjections sont les mouvements du fluide à faible vitesse en direction de l’écoulement externe voir figure (I.15). Quant au terme ‘burst’, il caractérise un ensemble d’éjections successives regroupées à l’intérieur d’un même événement Bogard [17] et Tiederman (1986)[18]. De plus, le processus de ‘bursting’ indique l’ensemble des cycles

balayages-éjections qui se répète de façon relativement régulière. Il est montré qu’au cours de ces cycles une partie importante de l’énergie cinétique turbulente est produite dans la couche limite (Coursteix), 1988) [18] voir figure (I.16).



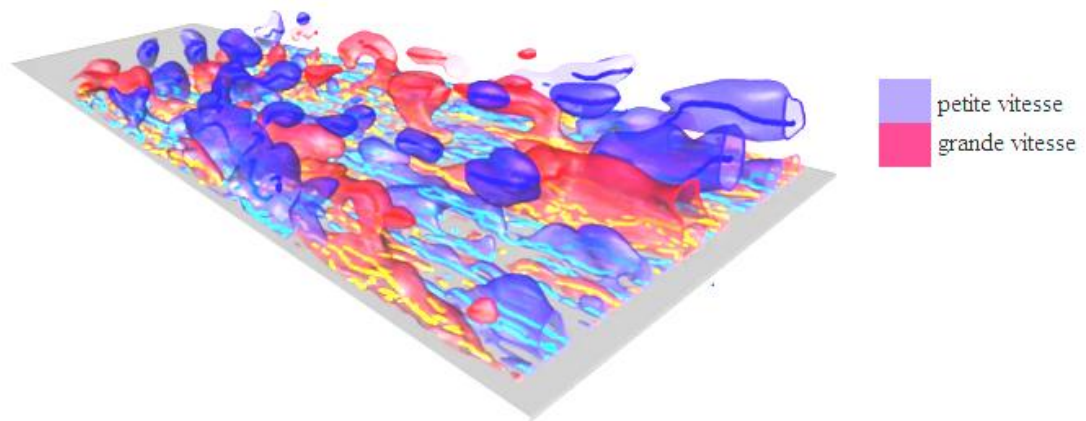
**Figure I.15 :** Modèle d’un tourbillon longitudinal dans la région interne.



**Figure I. 16 :** Modèle conceptuel de la turbulence près de la paroi durant le processus cyclique, avec des espaces moyennes  $\lambda_1$  et  $\lambda_2$  (de Hinze 1975) [19].

Donc de nombreux tourbillons peuplent les couches limites turbulentes et leurs formes dépendent de leurs éloignements de la paroi. En 1967, Kline et al effectuent des visualisations d’une couche limite dans un canal à eau en utilisant du colorant injecté à la paroi. Ils observent l’organisation du colorant en structures filamenteuses (streaks) évoluant au voisinage de la paroi. Les ‘poches’ étirées de fluide sont soumises à des éjections intermittentes intenses qui arrachent le liquide de la région proche de la paroi et le transportent assez loin dans la couche limite voir figure (I.17) [20].



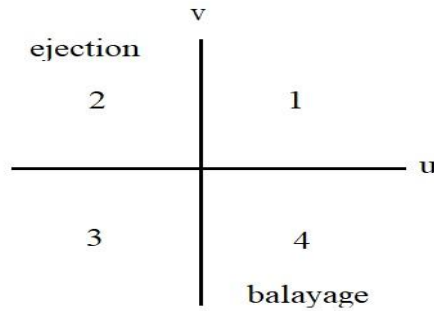


**Figure I.17 :** Structures filamenteuses près de la paroi.

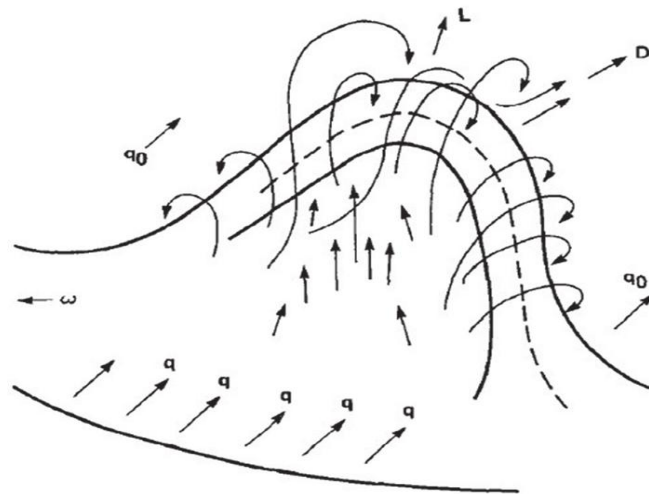
On peut donc reconnaître que ces courants longitudinaux révèlent l'existence des tourbillons en épingle à cheveux proche de la paroi dans une couche limite turbulente développée.

Parmi les méthodes qui quantifient le mieux ces types d'événements, on trouve celle de l'analyse en quadrants proposée par Lu [21]. Elle est fondée sur la décomposition des couples de fluctuations de vitesse  $u'v'$ , qui déterminent les contraintes de Reynolds moyenne  $uv$ , en quatre sous-ensembles selon le signe de chacune des composantes. Cette technique a été introduite en premier lieu par Wallace et al [22] qui ont attribué le balayage au mouvement caractérisé par  $u>0$  et  $v<0$  (quadrant IV), et l'éjection par  $u<0$  et  $v>0$  (quadrant II) voir figure (I.18). D'autre part, plusieurs études ont essayé de classer ces deux mouvements cohérents, à partir des fluctuations de température  $T$  et de la vitesse longitudinale  $U$ . Dans le cas de la présente étude, ces événements sont définis à partir des fluctuations de la densité  $\rho'$  et de la vitesse  $u'$ .

De nombreuses autres techniques de détection des événements de balayage et d'éjection, ont été développées. Parmi celles-ci, on cite  $u'$ -niveau, la méthode VITA, et la méthode TPAV.



**Figure I.18 :**Quadrants



**Figure I.19 :** Première structure de la turbulence près de la paroi, Theodorsen (1952) [23].

### I.4.3 Différentes applications des jets pariétaux

Les jets pariétaux à densité variable se trouvent partout, dans la nature et dans l'industrie, comme dans la flamme de diffusion ou lors de la phase critique d'entrée dans l'atmosphère où les différences de température entre la paroi et la couche externe donnent lieu à des fortes variations de masse volumique. Leur application est présente aussi en aéronautique pour différents régimes : subsonique compressible, supersonique et transsonique.

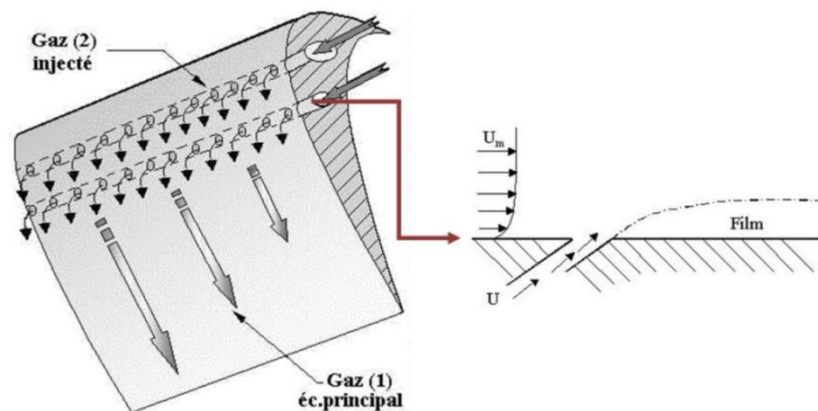
L'application la plus importante réside dans les écoulements confinés à l'intérieur des chambres de combustions où la compressibilité et le mélange des différentes espèces sont utilisés ensemble pour améliorer le mélange en vue d'un bon rendement des moteurs, et d'une réduction des gaz polluants issues de la combustion.

Autre application qui s'agit du refroidissement des parois de la chambre de combustion et les pales des étages d'une turbine à gaz. Le but dans ce cas est

d'injecter un fluide froid proche des parois pour protéger les surfaces des aubes du fluide externe très chaud où plusieurs paramètres seront considérés comme le gradient de vitesse, la température et la densité [24].

La différence de densité conditionne le taux de quantité de mouvement qui est directement responsable de la trajectoire du jet et par conséquent de son décollement ou de son attachement à la paroi concave. Dans ce cas de figure plus la pénétration du jet est faible plus le refroidissement est meilleur.

Plusieurs études ont insisté sur le rôle important que peuvent jouer les tourbillons dans l'évolution des jets de refroidissement par film. Des tourbillons de contre rotation CVP qui soulèvent le jet de la surface et qui entraînent du gaz chaud en dessous, et qui rend la surface de l'aube mal protégée, où l'efficacité de refroidissement par film diminue. Ainsi, de nombreuses recherches sont dirigées de manière à contrôler ces tourbillons afin d'améliorer l'efficacité adiabatique de refroidissement du film.



**Figure I.20** : Principe de refroidissement par film [25].

D'autres applications du jet pariétal sont : le refroidissement de la nappe de verre dans la fabrication du verre, le refroidissement du métal en fusion dans l'industrie métallurgique et le séchage du textile dans l'industrie du textile. Dans le domaine de l'électronique, les jets pariétaux servent à refroidir les parois des échangeurs compacts utilisés dans l'extraction de chaleur en milieu confiné des composants électroniques modernes. Dans le cas des supercalculateurs, un jet de fluide diélectrique est utilisé en projection directe sur les éléments semi-conducteurs.

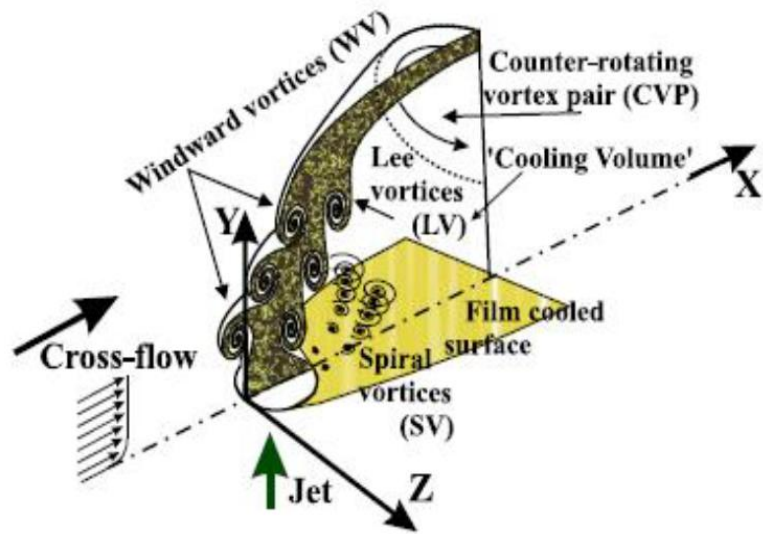


Figure 1.21 : Structure tourbillonnaire d'un jet dans un écoulement transversal [26].

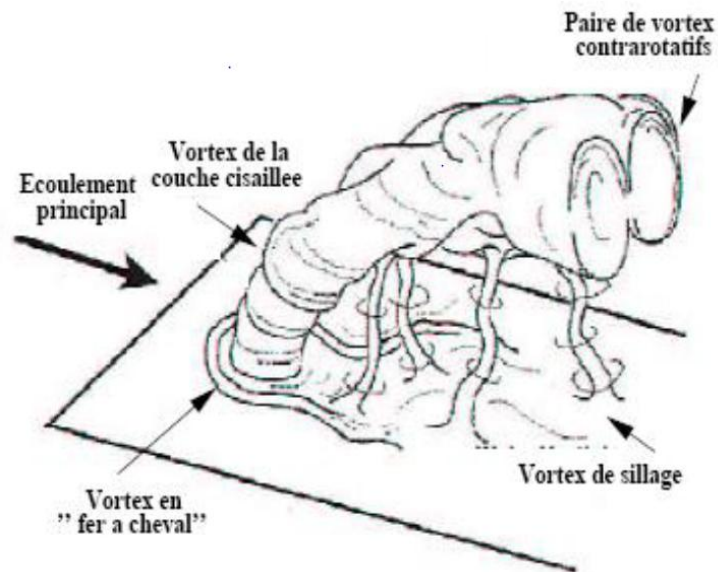
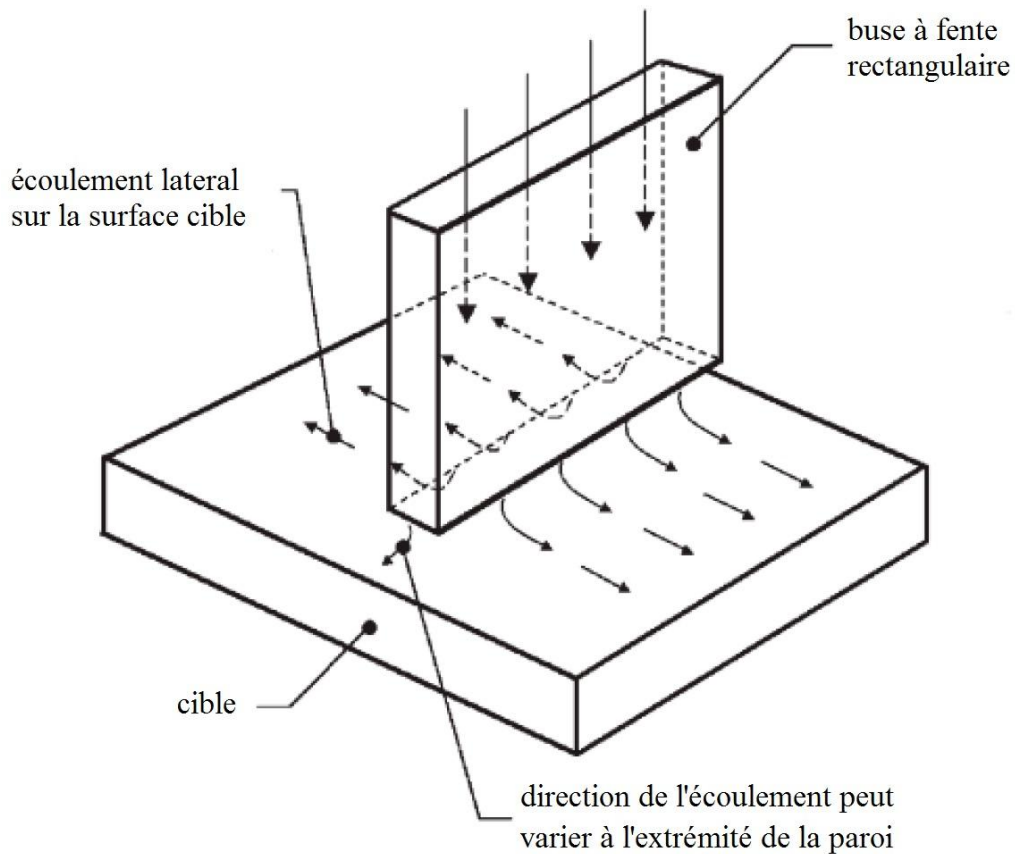


Figure 1.22 : Identification des différentes structures de vorticité [27].



**Figure I.23** : Jet à travers une fente [85]

Parmi les secteurs industriels concernés par l'application des jets pariétaux, on peut citer le secteur de la fabrication du ciment à savoir le refroidissement de la virole four, et le refroidissement des plaques de refroidisseur à grille voir les figures (I.24) et (I.25).

Le four c'est la pièce maitresse de la cimenterie. Après un suivit thermique rigoureux de la température du virole à l'aide d'un scanner, en mesurant le rayonnement infra rouge du four pour détecter les zones chaudes, le refroidissement de la virole se fait par des jets sur des surfaces concaves.



**Figure I.24 :** Four d'une cimenterie



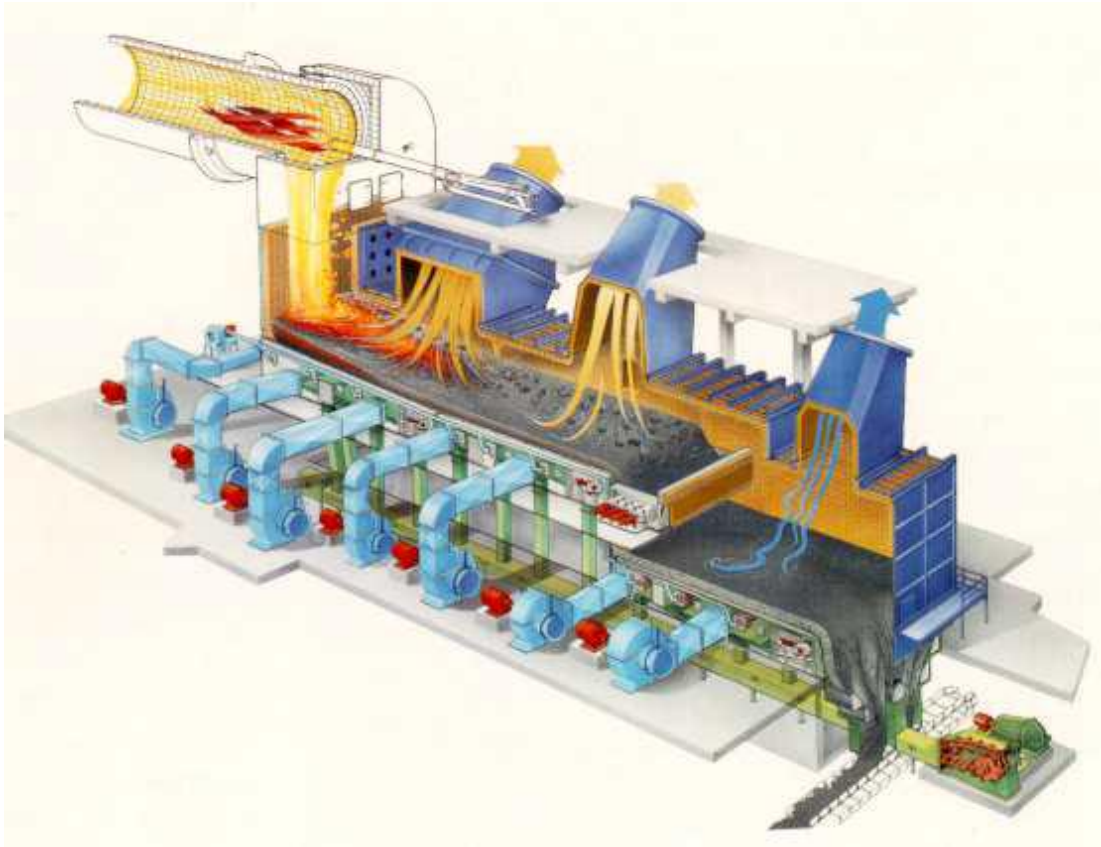


Figure I.25 : Refroidisseur à grille

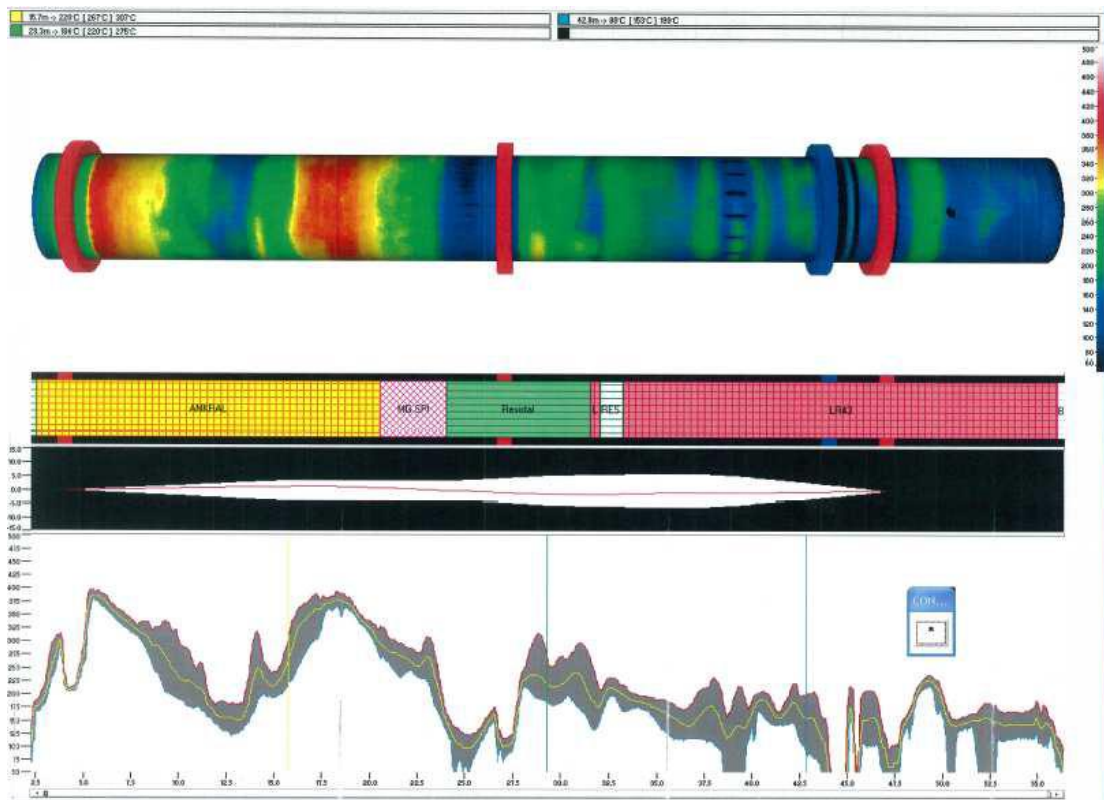
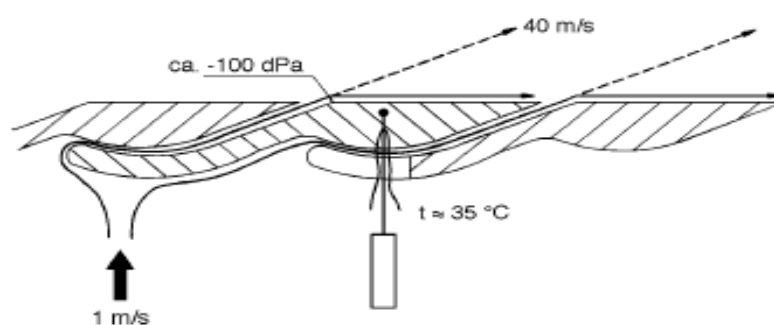


Figure I.26 : Scanner d'une virole d'un four de cimenterie

Les plaques de grille transportent l'air de refroidissement en jets horizontaux rapides et puissants dans le lit de clinker. Les fentes étroites inclinées dans la direction de transport produisent des jets très violents avec une grande pression dynamique, figure (I.27).

Avec cette pression les jets sont aspirés à la surface de la plaque de grille. Ce phénomène est nommé 'effet Coanda'. Grâce à l'effet Coanda, la vitesse de soufflage de 1m/s sur le plan de grille va être convertie en des jets d'air de 40m/s directement en contact avec la surface de la grille dans le sens de transport du clinker. Ce rapport de vitesse d'air de 40m/s à 1m/s correspond à l'ouverture de la grille de 2.5%. De ce fait, l'air s'écoule autour des lamelles de la grille et les refroidit très efficacement.



**Figure I.27 :** Effet de Coanda à travers des fentes inclinées à l'intérieur des plaques du refroidisseur

Parmi d'autres applications on peut citer la réduction de la contrainte de cisaillement du frottement pariétal,  $\tau_w$ ; en diminuant la densité au niveau de la couche limite à cause d'un phénomène électrostatique. Ceci induit une charge positive sur la surface due à l'ionisation de l'air à une vitesse supersonique [28]. La diminution du frottement pariétal,  $\tau_w$  peut être aussi obtenue par l'utilisation de deux échelles existant au sein de l'écoulement, tant qu'il ya une interaction entre les grands tourbillons dans la zone externe et les petits tourbillons dans la zone interne proche de la paroi. La moindre modification des grands tourbillons conduit à un changement des petits tourbillons ce qui va aider à réduire la contrainte de cisaillement à la paroi, et réduire énormément la consommation du carburant d'un avion volant en croisière [29,30].

On peut trouver aussi dans le domaine du transport à travers les pipes que le jet pariétal est responsable de la moitié d'énergie consommée.





**Figure I.28** : Impact des différents jets sur la poussée d'un avion

## I.5 Etude bibliographique

### I.5.1 Effet de densité sur la dynamique et la turbulence des jets

Les jets pariétaux ont fait l'objet de nombreux travaux expérimentaux dans les décennies 1990-2000 [16,31-35], qui se terminent par les conclusions suivantes : la longueur de la zone de transition est de 20 jusqu'à 30e suivis par une zone de développement. Les paramètres les plus importants sont ; le rapport de vitesse  $r$  et le rapport de densité  $S$ . Des petites valeurs de  $S$  augmente les éléments suivants : premièrement l'intensité de la turbulence avec une courte région de transition; deuxièmement la vitesse auprès de la paroi ; troisièmement la vitesse de frottement si elle est obtenus à partir de la loi logarithmique.

Sarh [36] remarque que l'énergie cinétique de la turbulence, d'un jet d'air plan fortement chauffé, est plus forte que celle d'un jet froid. De plus, une tendance à l'isotropisation semble apparaitre lorsqu'un jet débouche dans un milieu ambiant qui est plus lourd. Il note aussi que l'augmentation du paramètre  $\frac{v^2}{u^2}$ , peut être considérée comme un indicateur du mélange turbulent. Browne et col [37], Panchampakesan et Lumley [38] observent, eux aussi dans un jet d'hélium, une augmentation de l'énergie cinétique turbulente. Ces auteurs concluent que les différences rencontrées au niveau de la structure sont essentiellement induites par les effets de gravité, et ce,

même dans les régions où les forces d'inertie sont censées être dominantes. Les études de Vreman et al [39] et Sarkar&Pantano [40] en bénéficiant de la simulation directe concluent qu'il y a une réduction de la fluctuation de la pression et que le déplacement des contraintes de Reynolds est maximal vers le courant du fluide le plus léger.

### **I.5.2 Effet de densité sur les structures cohérentes**

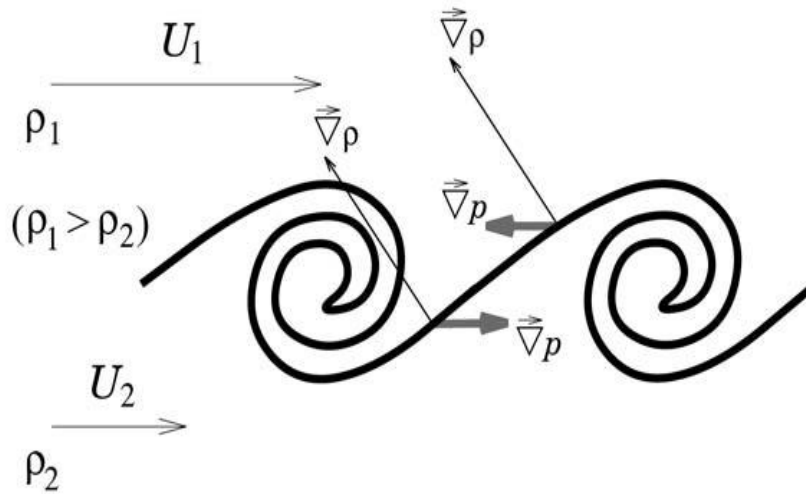
L'existence d'un mouvement organisé dans les écoulements de jets a été mise en évidence par de nombreux auteurs parmi lesquels on peut citer, pour l'étude de la région proche de la sortie, Bradshaw et col [41], Cohen et Wyguauski [42], Chua et Antonia [43]. Ce mouvement contribue de façon significative au transfert de chaleur et de quantité de mouvement et joue un rôle important dans le contrôle du taux de la réaction chimique en combustion Kumori et Ueda[44]. La vitesse convective de ces structures est influencée par la densité variable sous l'effet barocline, dû au non alignement des vecteurs  $\vec{\nabla}\rho$  et  $\vec{\nabla}P$ . Le couple baroclinique présente dans ce cas une source de vorticité des tourbillons le long de la couche de mélange. Cet effet se produit dans un écoulement à grand nombre de Reynolds et à grand nombre de Froude du fluide. Dans ces cas d'études, l'origine de la différente de densité est le mélange thermique, ou le mélange de deux espèces différentes.

Un intérêt particulier a été consacré pour l'effet barocline sur la production de la vorticité. Prenons l'exemple d'une couche de mélange entre deux écoulements de densité et de vitesse  $\rho_1, \rho_2$ , et  $U_1, U_2$  respectivement, et supposons par exemple que  $\rho_1 > \rho_2$  voir figure (I.29). La tresse observée entre les tourbillons présente l'interface de la densité, et dans ce cas le vecteur  $\vec{\nabla}\rho$  devient normal à la tresse. Tant que les tourbillons sont des régions de basse pression, le gradient de pression  $\vec{\nabla}P$  va être orienté comme il est indiqué sur la figure (I.29). Donc le couple baroclinique va être la source ou le puits de la vorticité respectivement dans la partie inférieure ou supérieure de la tresse.

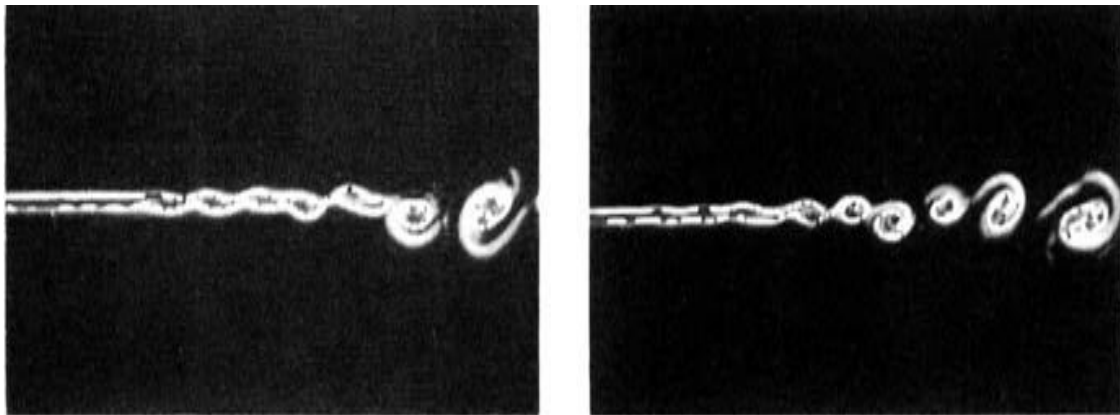
Cela conduit à des tourbillons qui prennent la forme d'une virgule au lieu d'une forme elliptique, figure (I.30).

Un tel phénomène peut avoir lieu dans un jet rond axisymétrique chaud. Dans le cas d'une flamme par exemple, les résultats indiquent que la vorticité dans la partie externe du jet diminue, tandis qu'elle augmente dans la partie interne. Cette situation

est très favorable pour une bonne combustion puisque on s'attendait à une réduction de l'instabilité sur la surface de la flamme. Cette situation améliore aussi le mélange à l'intérieur du jet (favorise les réactions chimiques).



**Figure I.29** : Couple baroclinique dans une couche de mélange à densité variable ( $\rho_1 > \rho_2$ ) [84].



(a) (b)  
**Figure I.30** : Couche de mélange de deux gaz différents avec  $U_1 > U_2$  [84].  
 a)  $T_2 = 2T_1$  b)  $T_1 = 2T_2$

Soteriou et Ghoniem[45] confirment l'entraînement asymétrique dû au couple baroclinique responsable du déplacement du centre de la structure principale vers le fluide léger. Davey et Roshko[46] concluent que la situation où le fluide léger a la vitesse la plus rapide conduit à une augmentation du taux d'amplification de l'oscillation de l'instabilité.

L'entraînement d'un jet est aussi dépendant de l'existence de ces structures cohérentes, Dahm et Dimotakis [47]. Dans les jets axisymétriques fortement chauffés étudiés à L' IMST par Bahraoui [48] et Amielh [49], une augmentation notable du

nombre de Prandtl et de la turbulence a été observée. Ceci est également obtenu par Sarh dans le cas d'un jet plan. Ce fait semble être lié à la moins importance des structures cohérentes ou au développement des structures de plus petites échelles ayant un caractère moins anisotrope, ce qui soutient d'ailleurs le résultat précités relatif à la tendance à une isotropisation de l'écoulement quand  $\rho$  diminue. C'est d'ailleurs une des conclusions du colloque EuromechFulachier et col [50]. Puisque les variations de masse volumique affectent les flux turbulents, en particulier les tensions de Reynolds, où on peut s'attendre à ce que les structures cohérentes soient aussi modifiées.

Une autre manifestation de l'influence des variations de densité sur la structure de la turbulence peut être appréhendée à travers le rapport de temps caractéristiques dissipatifs attachés au champ scalaire  $\frac{\phi^2}{2\epsilon_\phi}$  et à la vitesse  $\frac{k}{\epsilon}$ . En effet une comparaison entre les résultats numériques et expérimentaux, effectuée à L'IMST par Anselment et col [51], a montré que ce rapport diminuerait pour de forts chauffages. Ce résultat est cohérent avec celui de Chassaing et Chiba [52] qui préconisent de prendre ce rapport égal à 0.7 au lieu de 0.5 pour un jet de  $\text{CO}_2$  s'épanouissant dans de l'air, c'est une valeur qui est établie pour le cas d'un contaminant passif. Notons que les échelles de temps caractéristiques dissipatifs sont essentielles pour bien caractériser la turbulence et le mélange ; en particulier, les modélisations de combustion turbulente de type Lagrangien, Borghi et Gonzales [53] font intervenir des temps de mélange qui semblent reliés aux temps caractéristiques Eulériens précités.

La stabilité des jets est aussi affectée par la variation de la masse volumique. Monkewitz et Sohn [54] montrent que, lorsque le rapport des masses volumiques  $S$  est inférieur à 0.72, le jet devient absolument instable. Or la présence d'une instabilité absolue peut donner naissance à des oscillations auto-entretenues qui sont la cause de changements conséquents dans le développement d'un jet. Nous pouvons citer les travaux de Sreennivasan et col [55] dans le cas des jets d'hélium dans de l'air ambiant, ou encore ceux de Monkewitz et col [56] sur des jets d'air fortement chauffés. Les visualisations de Riva [57], dans un jet d'hélium, à travers lesquelles on observe des éjections intermittentes transversales de gaz, confirment les résultats précédents. Soulignons, toutefois, que lorsqu'un co-courant existe, même très faible, l'instabilité disparaît. On peut également penser que, pour un jet pleinement turbulent dès l'émission, le phénomène n'existe plus.

### I.5.3 Effet de densité sur l'épaississement et l'entraînement des jets

Une couche limite à densité variable est gouvernée par l'équilibre de l'échelle de temps entre la convection et la diffusion. Si  $U_c$  représente l'échelle de la vitesse caractéristique de la convection, l'échelle de temps de transport convectif de la distance  $x$  est :  $T_c \propto \frac{x}{U_c}$ . Par contre l'échelle de temps du transfert diffusif est :  $T_d \propto \frac{\delta}{\Delta U}$  où  $\delta$  caractérise l'échelle de longueur de diffusion ou de propagation du jet associé à la variation de la vitesse  $\Delta U$ .

A partir de l'équilibre entre les échelles de temps on peut écrire :

$$\frac{\delta}{x} = \beta \frac{\Delta U}{U}$$

D'après les données expérimentales  $\beta$  n'est pas une constante mais dépend des paramètres caractéristiques associé à la variation de densité du fluide, telle que le rapport de densité  $S$  et le nombre de Mach  $M$ . Soit :

$$\frac{\delta}{x} = \beta(S, \text{ou/et } M) \frac{\Delta U}{U}$$

En ce qui concerne les grandeurs globales, la majorité des travaux s'est consacrée à tester les lois de décroissance générales. Il ressort nettement que les décroissances des quantités scalaires demeurent supérieures à celle de la vitesse. Ces quantités scalaires se mélangent mieux que la quantité de mouvement. Par ailleurs, de nombreux travaux montrent que l'entraînement et le mélange augmentent lorsque la masse volumique du jet diminue. Les toutes premières expériences de Corrsin et Ulberoi [58] sur un jet d'air fortement chauffé  $S = \frac{\rho_j}{\rho_e} = 0.49$  montrent que les décroissances axiales de vitesse et de température sont plus prononcées que celles dans un jet avec faible chauffage ( $S=0.95$ ). Ricou et Splading [59] montrent que l'entraînement, pour un jet d'hydrogène s'épanouissant dans de l'air au repos ( $S=0.07$ ), est plus fort que celui obtenu dans le cas d'un jet à densité constante. De même, Tombach [60] trouve qu'un jet d'hélium débouchant dans de l'air a un épanouissement plus important et une décroissance axiale de vitesse plus rapide que dans le cas d'un jet homogène. Des observations similaires ont été faites par Abramovich [61] et col pour des rapports de  $S$  qui varient de 0.14 à 0.79. Ainsi, la plupart des résultats s'accordent sur un effet global significatif de la variation de la masse volumique : 'plus le jet de gaz est léger, meilleur est son mélange'.

D'autre part, il est rare, comme le soulignent Russ et Strykowski [62], de retrouver des études systématiques concernant les effets des conditions initiales sur le développement d'un jet. Antonia et Bilger [63] se sont intéressés à l'effet d'un co-courant, dans le cas d'un jet d'air  $\rho = cte$ . Ils concluent que l'écoulement ne serait en similitude que pour des rapports  $r = \frac{U_e}{U_j}$  suffisamment inférieur à l'unité. L'éventuelle présence d'un confinement auquel s'ajoutent d'autres paramètres formant les conditions initiales à prendre en considération, serait nécessaire. D'ailleurs, Matsumoto et col [64] montrent que l'épaisseur de la paroi de la buse d'injection peut avoir une influence considérable sur la croissance d'un jet et que celle-ci est d'autant plus forte que l'épaisseur de la buse est importante. Néanmoins, lorsque le rapport  $r_v$  demeure faible  $r_v = 0.2$ , les effets précédents deviennent négligeables. Le nombre de Reynolds  $R_{ej}$  est aussi un paramètre d'importance. En effet, Pitts [65] obtient, indépendamment de la masse volumique, une diminution de la croissance d'un jet lorsque  $R_{ej}$  augmente.

D'autres paramètres globaux sont importants tels que les demi largeurs  $L_u$  et  $L_\phi$ . Comme il est établi que, la décroissance axiales du champ scalaire est plus rapide que celle du champ dynamique, il semble logique que  $L_\phi$  soit légèrement plus forte que  $L_u$ . Ce qui est, d'ailleurs, observé par Fulachier et col [66]. De plus, la pseudo-similitude ne prévoit aucune influence de la masse volumique sur la croissance de ces grandeurs. Alors qu'il semblerait que, lorsque  $S$  diminue, la demi-largeur augmente : c'est d'ailleurs ce que souligne Hinze [67]. A cause d'un effet de masse volumique non pris en compte, les mesures de Sarh effectuées dans un jet chauffé de canal rectangulaire indiquent un comportement inverse. Nous soulignons que l'effet de densité sur la demi-largeur n'est en aucun cas comparable à celui qui existe sur le développement axial des champs dynamique et scalaire.

## **I.6 Objectifs du travail**

Le premier objectif qui motive cette étude consiste à explorer le comportement du jet pariétal turbulent à densité variable, et de comprendre la dynamique et les processus de mélange en présence de fortes différences de densité, et en analysant son effet sur les changements qui peuvent arriver dans les structures des grandes échelles et sur les mécanismes du mouvement de fluide. L'étude apportera une contribution à la compréhension de la structure fine de la turbulence pariétal en

analysant les distributions instantanées des vitesses et de densité, et les corrélations d'ordre trois et quatre. L'évolution spatiale et temporelle des structures cohérentes tourbillonnaires est étudiée en analysant leur réaction en présence de différente densité. Les résultats numériques obtenus en utilisant la méthode RSM et la LES ; seront confrontés aux résultats expérimentaux de Soudani et al. Le but aussi c'est de se familiariser à utiliser la méthode LES, au vu de son formalisme, ce modèle est capable de capter les phénomènes instantanés et les structures cohérentes existant dans l'écoulement.

Le deuxième objectif de ce travail numérique c'est d'établir et de formuler les équations des écoulements turbulents où la masse volumique est variable, dû à un mélange de gaz différent. C'est un cas d'étude qui conduit à l'apparition des termes supplémentaires, notamment des termes des flux massiques et convectifs et ceci dans les différentes équations non linéaires, comme les corrélations double et triples de la fluctuation de densité avec celles de la vitesse telle que  $\overline{\rho'u'_i}$ ,  $\overline{\rho'u'_i u'_j}$ .

### **I.7 Organisation de la thèse**

Après une introduction, la première partie de cette thèse, commence par des définitions générales concernant les différentes sources de la densité variable, et son influence sur l'écoulement moyen, et sur la structure fine de la turbulence en démontrant l'importance des jets pariétaux, et fournir une bref étude bibliographique sur le sujet.

La deuxième partie est consacrée à une formulation détaillées des équations du mouvement turbulent d'un fluide à masse volumique variable, en présentant brièvement les principales propositions existantes, depuis celle de Favre (1958) qui a introduit la notion de la moyenne pondérée par la masse volumique jusqu'à la nouvelle proposition de P.Chassaing (1992).

La troisième partie est consacrée à la présentation de géométrie, au maillage, aux conditions aux limites et à des calculs préliminaires.

La quatrième partie présente en détail l'ensemble des résultats numériques obtenus par le code Ansys 15. Toutes les interprétations physiques expliquant ces résultats ainsi que les différentes comparaisons possibles avec les données expérimentales de Soudani et al, sont considérées dans ce chapitre.

Enfin la thèse se termine par une conclusion générale qui est pour l'essentiel résume les résultats obtenus.

# Chapitre II

## Formulation mathématique

### II.1 Introduction

Le premier objectif de ce chapitre est de présenter les équations générales qui régissent un écoulement turbulent tridimensionnel instationnaire et à masse volumique variable, d'un fluide incompressible et newtonien. Les équations instantanées de vorticité gouvernant les écoulements avec différence de densité et avec des propriétés physiques non constantes seront établies. Nous discutons, dans ce chapitre aussi, les différents mécanismes de la génération de vorticité, surtout les mécanismes spécifiques au cas non iso volume. Il est presque paradoxal qu'à la fin du vingt et unième siècle, on n'a pas pu maîtriser les écoulements des fluides les plus courants, comme l'eau et l'air, qui sont des phénomènes à l'échelle humaine, à l'exacte portée de notre vue, de notre ouïe, de notre toucher, soient encore aussi mystérieux, alors qu'ils appartiennent au domaine de la mécanique classique. Par contre on a pu comprendre et modéliser de nombreux phénomènes à l'échelle des microparticules (domaine de la mécanique quantique) ou à l'échelle de l'univers (domaine de la mécanique relativiste). Un mot résume le grand défi scientifique, la turbulence.

### II.2 Equations gouvernantes de l'écoulement

#### II.2.1 Equation de continuité

$$\frac{\partial \rho U_i}{\partial x_i} = 0 \quad (2.1)$$

#### II.2.2 Equations de quantité de mouvement

$$\frac{\partial \rho U_i}{\partial t} + \frac{\partial \rho U_i U_j}{\partial x_j} = \frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_j} + \rho F_i \quad (2.2)$$

Le flux de diffusion moléculaire de la quantité de mouvement  $\sigma_{ij}$  est exprimé par :

$$\begin{aligned} \sigma_{ij} &= -P\delta_{ij} + \tau_{ij} \quad \text{Avec} \quad \tau_{ij} = 2\mu S_{ij} - \frac{2}{3}\mu S\delta_{ij} \\ S_{ij} &= \frac{1}{2} \left( \frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) \\ S &= S_{ii} \equiv \text{div } \vec{U} \\ \frac{\partial \rho U_i}{\partial t} + \frac{\partial \rho U_i U_j}{\partial x_j} &= -\frac{\partial P}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \mu \left( \frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3}\mu S\delta_{ij} \right] + \rho F_i \end{aligned} \quad (2.3)$$



### II.2.3 Equation de la fraction massique

$$\frac{\partial \rho C}{\partial t} + \frac{\partial \rho C U_j}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \rho D \frac{\partial C}{\partial x_j} \right] \quad (2.4)$$

#### .La densité $\rho$

La densité dans les équations précédentes est inconnue. Pour la fermeture du système d'équation, on a besoin d'une équation supplémentaire pour calculer la densité du mélange binaire. A partir de la thermodynamique et en considérant les deux espèces comme un gaz parfait on obtient :

$$P_\alpha v_\alpha = \frac{m_\alpha}{M_\alpha} rT \equiv C \frac{m}{M_\alpha} rT \quad \text{et} \quad P_\beta v_\beta = \frac{m_\beta}{M_\beta} rT \equiv (1 - C) \frac{m}{M_\beta} rT$$

Où:  $P_\alpha$ , et  $M_\alpha$  sont respectivement la pression partielle et la masse moléculaire de chaque espèce et  $r$  est la constante universelle des gaz parfait et  $T$  la température du mélange.

La pression du mélange est donné, d'après la loi de Dalton, par :  $P = P_\alpha + P_\beta$

Donc l'équation d'état peut s'écrire :

$$PV = \left( \frac{C}{M_\alpha} + \frac{1 - C}{M_\beta} \right) mrT$$

En introduisant la densité du mélange  $\frac{m}{V}$ , l'équation d'état prend la forme suivante :

$$\frac{P}{\rho} = (a^*C + b^*)T$$

$$\text{Où } a^* = \frac{(M_\alpha - M_\beta)}{M_\alpha M_\beta} \quad \text{et} \quad b^* = \frac{r}{M_\beta}$$

En considérant le mélange à pression et à température constante l'équation se réduit à :

$$\rho = a\rho C + b \quad (2.5)$$

$$\text{Avec : } a = \frac{(\rho_\alpha - \rho_\beta)}{\rho_\alpha} \quad \text{et} \quad b = \rho_\beta$$

#### . La viscosité $\mu$

La viscosité du mélange est calculée par ANSYS en se basant sur la théorie cinétique. Elle est donnée par :

$$\mu = \sum_i \frac{X_i \mu_i}{\sum_j X_j \phi_{ij}} \quad (2.6)$$

$$\text{Où : } \phi_{ij} = \frac{\left[ 1 + \left( \frac{\mu_i}{\mu_j} \right)^{1/2} \left( \frac{M_{w,j}}{M_{w,i}} \right)^{1/4} \right]^2}{\left[ 8 \left( 1 + \frac{M_{w,i}}{M_{w,j}} \right) \right]^{1/2}}$$

### II.3 Les équations de vorticité instantanées

Le vecteur instantané de la vorticité  $\vec{\Omega} = \overrightarrow{curl}\vec{V}$  est gouverné par l'équation de transport qui peut être dérivée de l'équation de Navier stokes et r ecrite en fonction de la notation vectorielle classique suivante:

$$\rho \left( \frac{\partial \vec{V}}{\partial t} + \overrightarrow{grad} \left( \frac{V^2}{2} \right) + \overrightarrow{curl}\vec{V} \wedge \vec{V} \right) =$$

$$\rho \overrightarrow{grad} \mathcal{U} - \overrightarrow{grad} P + \mu \overrightarrow{\Delta} \vec{V} + \frac{\mu}{3} \overrightarrow{grad}(\text{div} \vec{V}) + E.V.V \quad (2.7)$$

Où :  $E.V.V$  est le terme de viscosité et qui tient compte de sa variation spatiale

$$E.V.V = \left( \frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) \frac{\partial \mu}{\partial x_j} - \frac{2}{3} \frac{\partial U_j}{\partial x_j} \frac{\partial \mu}{\partial x_i} \equiv 2\overrightarrow{S} \odot \overrightarrow{grad} \mu - \frac{2}{3} \text{div} \vec{V} \overrightarrow{grad} \mu$$

En introduisant  $\vec{\Omega}$  l'équation (2.7) devient :

$$\frac{\partial \vec{V}}{\partial t} + \overrightarrow{grad} \left( \frac{V^2}{2} \right) + \vec{\Omega} \wedge \vec{V} =$$

$$\overrightarrow{grad} U - \frac{1}{\rho} \overrightarrow{grad} \left( P - \frac{4\mu}{3} (\text{div} \vec{V}) \right) - \frac{\mu}{\rho} \overrightarrow{curl} \vec{\Omega} + \frac{E.V.V}{\rho} \quad (2.8)$$

Si on prend le curl de l'équation (2.8) et en tenant compte que :

$$\overrightarrow{curl}(\overrightarrow{grad}.) \equiv 0 \quad \text{et} \quad \overrightarrow{curl}(f\vec{A}) \equiv f\overrightarrow{curl}\vec{A} + \overrightarrow{grad}f \wedge \vec{A}$$

on obtient :

$$\frac{\partial \vec{\Omega}}{\partial t} + \overrightarrow{curl}(\vec{\Omega} \wedge \vec{V}) =$$

$$- \overrightarrow{grad} \frac{1}{\rho} \wedge \overrightarrow{grad} \left( P - \frac{4\mu}{3} (\text{div} \vec{V}) \right) - \overrightarrow{curl}(\vartheta \overrightarrow{curl} \vec{\Omega}) + \overrightarrow{curl} \left( \frac{E.V.V}{\rho} \right) \quad (2.9)$$

On a que :

$$\overrightarrow{curl}(\vartheta \overrightarrow{curl} \vec{\Omega}) \equiv \overrightarrow{curl} \left[ \frac{1}{\rho} (\mu \overrightarrow{curl} \vec{\Omega}) \right]$$

$$= \frac{1}{\rho} \overrightarrow{curl}(\mu \overrightarrow{curl} \vec{\Omega}) + \overrightarrow{grad} \left( \frac{1}{\rho} \right) \wedge (\mu \overrightarrow{curl} \vec{\Omega})$$

$$= \frac{\mu}{\rho} \overrightarrow{curl}(\overrightarrow{curl} \vec{\Omega}) + \frac{1}{\rho} (\overrightarrow{grad} \mu \wedge \overrightarrow{curl} \vec{\Omega}) + \overrightarrow{grad} \left( \frac{1}{\rho} \right) \wedge (\mu \overrightarrow{curl} \vec{\Omega})$$

$$= -\vartheta \overrightarrow{\Delta} \vec{\Omega} + \overrightarrow{grad} \left( \frac{1}{\rho} \right) \wedge (\mu \overrightarrow{curl} \vec{\Omega}) + \frac{1}{\rho} (\overrightarrow{grad} \mu \wedge \overrightarrow{curl} \vec{\Omega})$$

En substituant l'expression précédente dans l'équation (2.9), on obtient :

$$\frac{\partial \vec{\Omega}}{\partial t} + \overrightarrow{curl}(\vec{\Omega} \wedge \vec{V}) =$$

$$\vartheta \overrightarrow{\Delta \Omega} - \overrightarrow{grad} \frac{1}{\rho} \wedge \overrightarrow{grad} \left( P - \frac{4\mu}{3} (\text{div } \vec{V}) \right) + (\vartheta \overrightarrow{curl} \Omega) + E.V.V_* \quad (2.10)$$

Où 
$$E.V.V_* = \overrightarrow{curl} \left( \frac{E.V.V}{\rho} \right) - \frac{(\overrightarrow{grad} \mu \wedge \overrightarrow{curl} \Omega)}{\rho}$$

$$\overrightarrow{curl}(\vec{A} \wedge \vec{B}) = \overrightarrow{grad} \vec{A} \odot \vec{B} - \vec{B} \text{ div } \vec{A} - \overrightarrow{grad} \vec{B} \odot \vec{A} + \vec{A} \text{ div } \vec{B}$$

Ici  $\odot$  est le produit obtenu par contraction sur le coordonné dérivatif. Donc :

$$\begin{aligned} \frac{\partial \vec{\Omega}}{\partial t} + \overrightarrow{grad} \vec{\Omega} \odot \vec{V} &= \overrightarrow{grad} \vec{V} \odot \vec{\Omega} + \vartheta \overrightarrow{\Delta \Omega} - \vec{\Omega} \text{ div } \vec{V} \\ &\quad - \overrightarrow{grad} \left( \frac{1}{\rho} \right) \wedge \left[ \overrightarrow{grad} \left( P - \frac{4}{3} \mu \text{div } \vec{V} \right) + \mu \overrightarrow{curl} \vec{\Omega} - E.V.V \right] + E.V.V_{**} \end{aligned} \quad (i)$$

Où 
$$E.V.V_{**} = \frac{1}{\rho} \left( \overrightarrow{curl} (E.V.V) \right) - \overrightarrow{grad} \mu \wedge \overrightarrow{curl} \vec{\Omega}$$

D'après l'équation (2.8) le terme (i) de l'équation précédente est :

$$(i) = \rho \left( \frac{d\vec{V}}{dt} - \overrightarrow{grad} \mathcal{U} \right)$$

Donc, la forme finale de l'équation de transport de vorticité est :

$$\begin{aligned} \frac{d\vec{\Omega}}{dt} = \frac{\partial \vec{\Omega}}{\partial t} + \overrightarrow{grad} \vec{\Omega} \odot \vec{V} = & \underbrace{\overrightarrow{grad} \vec{V} \odot \vec{\Omega}}_{(a)} + \underbrace{\vartheta \overrightarrow{\Delta \Omega}}_{(b)} - \underbrace{\vec{\Omega} \text{ div } \vec{V}}_{(c)} + \underbrace{\frac{\overrightarrow{grad} \rho}{\rho} \wedge \left( \frac{d\vec{V}}{dt} - \overrightarrow{grad} \mathcal{U} \right)}_{(d)} + E.V.V_{**} \end{aligned} \quad (2.11)$$

(a) : la variation du module du vecteur de vorticité dû aux mécanismes d'étirement. Il est égal à zéro dans les écoulements bidimensionnels.

(b) : le changement de l'orientation du vecteur de vorticité dû au terme diffusif par la viscosité moléculaire

(c) : l'augmentation ou réduction du module du vecteur de vorticité d  à la variation du volume des particules de fluide au contraire du cas iso volume.

(d) : c'est un terme additionnel spécifique au cas d'une variation de densité, appelé terme source baroclinique (B.S).

$$B.S = -\overrightarrow{grad} \left( \frac{1}{\rho} \right) \wedge \overrightarrow{grad} P \equiv \frac{1}{\rho^2} \overrightarrow{grad} \rho \wedge \overrightarrow{grad} P$$

Quand le gradient de pression et celui de densité ne sont pas alignés, la vorticité peut être générer par le couple baroclinique dans un mouvement de fluide

compressible ou bien à densité variable, même dans le cas d'un écoulement initialement irrotationnel. Ce terme va disparaître dans le cas d'une évolution barotrope où la pression est exprimée en fonction de la densité, voir  $P = f(\rho)$ .

$$\overrightarrow{\text{grad}}P = \overrightarrow{\text{grad}}[f\rho] \equiv f'(\rho)\overrightarrow{\text{grad}}\rho$$

Donc le gradient de la densité et celui de la pression sont alignés dans ce cas.

La capacité de stockage et la vitesse d'exécution des ordinateurs les plus récents d'aujourd'hui est insuffisante pour une simulation directe. En fait, plus d'un milliard de nœuds sont nécessaires pour pouvoir capter l'échelle de longueur des plus petits tourbillons (échelle de Kolmogorov) qui est typiquement de l'ordre de  $10^{-3}$  fois l'échelle de longueur du domaine d'étude, dans chacune des trois directions.

La résolution numérique directe des équations instantanées précédentes du jet turbulent nécessitent des moyens informatiques très puissants que ce soit du côté capacité de stockage ou du temps de calcul. La difficulté vient des exigences très lourdes sur les pas de discrétisation en espace et en temps. Le pas  $\Delta x$  doit être plus petit que l'échelle de Kolmogorov qui représente la plus petite longueur d'onde des mouvements pouvant se développer dans le fluide. D'après la loi Kolmogorov le rapport entre l'échelle des grands tourbillons  $l$  et l'échelle de Kolmogorov est proportionnel à la puissance  $3/4$  du nombre de Reynolds  $R_L = v_L L / \nu$ . Le domaine de calcul doit donc, pour contenir à la fois les grands tourbillons et les plus petits, avoir un nombre de points dans chaque direction de l'espace proportionnel à  $R_L^{3/4}$ . Pour les trois dimensions, il faut un nombre de points de grille proportionnel à la puissance  $9/4$  du nombre de Reynolds. Ceci est très loin des moyens informatiques actuels.

C'est pour cette raison que les chercheurs ont orienté leurs travaux vers la modélisation de la turbulence c'est-à-dire qu'ils cherchent à prédire statistiquement les caractéristiques de la turbulence. Les grandeurs instantanées caractéristiques de l'écoulement sont décomposées en une grandeur moyenne et une fluctuation par rapport à cette moyenne. Cette méthode est connue sous l'acronyme RANS pour *Reynolds Averaged Navier Stokes Equations*. Ces modèles ont comme objectif de tenir compte de toutes les informations perdues lors de l'application de la moyenne aux équations de l'écoulement.

## II.4 Statistiques et probabilités

Supposons une variable  $x$  qui prend  $n$  valeurs de façons aléatoire et indépendante.

On définit alors :

### II.4.1 La moyenne arithmétique

$$X_N = \lim \frac{1}{N} \sum x_n \quad (2.12)$$

$X_N$  La moyenne arithmétique

$N$  Le nombre de réalisation indépendante

$x_n$  La valeur de la variable  $x$  à la nième expérience

### II.4.2 La moyenne d'ensemble $\langle x \rangle$

C'est la moyenne arithmétique sur un ensemble de  $N$  réalisations. Elle est utilisée dans le cas général.

$$\bar{U}_i(\vec{x}_i, t) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N U_{in}(\vec{x}_i, t) \quad (2.13)$$

Pour calculer la moyenne d'ensemble il faut réaliser un nombre infini d'expérience.

Malheureusement, en pratique on ne pourra jamais réaliser ce nombre infini d'expérimentation. La moyenne d'ensemble calculée sera toujours tributaire du nombre de réalisations effectuées.

### II.4.3 La moyenne spatiale

C'est l'intégration par rapport au volume  $V$ . Elle est utilisée dans les écoulements homogènes.

$$\bar{U}_i(t) = \lim_{V \rightarrow \infty} \frac{1}{V} \int_V U_i(t) dV \quad (2.14)$$

### II.4.4 La moyenne temporelle

C'est l'intégration par rapport au temps  $t$ . Elle est utilisée dans les écoulements permanents.

$$\bar{U}_i(\vec{x}_i) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T U_i(\vec{x}_i) dt \quad (2.15)$$

La moyenne temporelle est une moyenne d'ensemble dans un écoulement stationnaire (théorème d'Ergodicité). La moyenne spatiale est une moyenne d'ensemble dans un écoulement homogène.

### II.4.5 La fluctuation

Deux fonctions indépendantes peuvent avoir la même moyenne sans toutes fois avoir les mêmes valeurs instantanées. Pour faire la part des choses il faut s'intéresser au comportement des fluctuations autour de la valeur moyenne. En examinant les valeurs de  $x_n$ , figure (II.2), il est clair qu'elles prennent des valeurs aléatoires autour de la moyenne d'ensemble calculée précédemment.

$$x = \langle x \rangle + x'$$

$$x' = x - \langle x \rangle$$

$x'$  Fluctuation

Il est facile de déduire que  $\langle x' \rangle = 0$ , puisque  $\langle \langle x \rangle \rangle = \langle x \rangle$

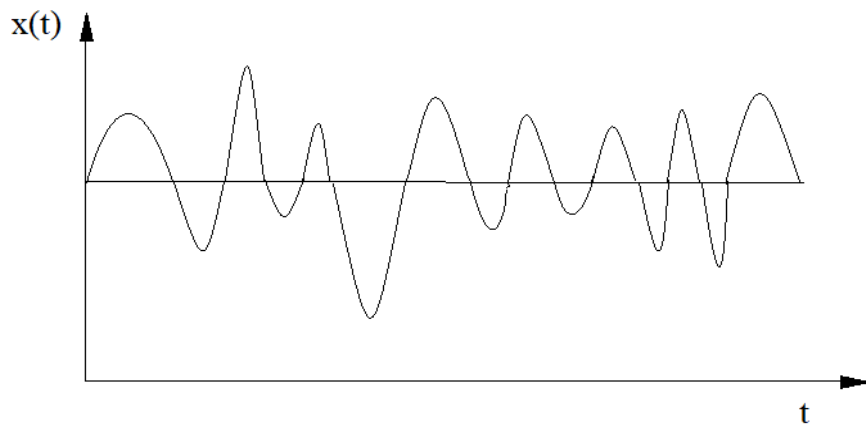


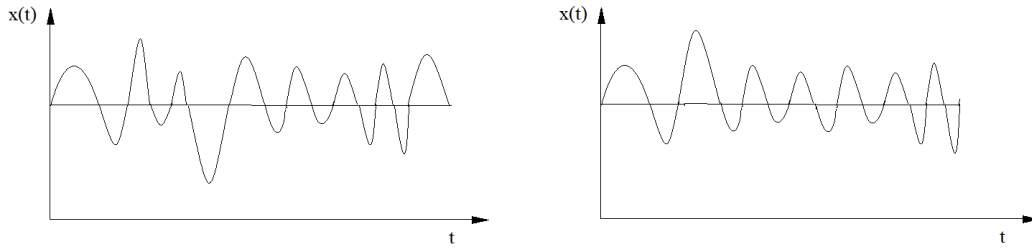
Figure II.1 : Variation instantanée d'une variable x

### II.4.6 La variance

D'autre part  $\langle x'^2 \rangle \neq 0$  est une fonction statistique très importante qui sera notée 'variance'

$$\langle x'^2 \rangle = \langle (x - \langle x \rangle)^2 \rangle = \lim \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N [x_n - \langle x \rangle]^2 \quad (2.16)$$

La variance est égale au moment d'ordre deux moins le carré du moment d'ordre un. La variance comme la moyenne d'ensemble sont deux quantités non mesurables expérimentalement (impossibilité d'effectuer un nombre infini d'expérience). On définit aussi l'écart type comme la racine carré de la variance.



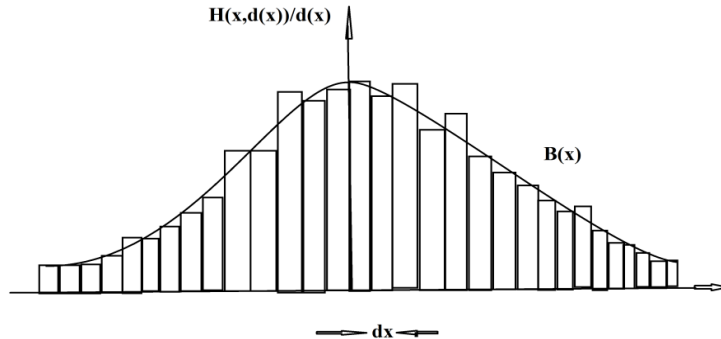
**Figure II. 2 :**Deux fonctions ayant la même moyenne et la même fluctuation mais pas le même comportement instantané

Deux fonctions ayant le même comportement instantané auront la même moyenne et la même variance. L'inverse n'est pas toujours vrai. Deux fonctions peuvent avoir la même moyenne et la même variance tout en se comportant différemment, figure (II.2). Pour distinguer ceci, il faut faire appel à des moments d'ordre plus élevé.

Le moment d'ordre  $m$  d'une variable aléatoire

$$\langle x'^m \rangle = \langle (x - \langle x \rangle)^m \rangle = \lim \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N (x - \langle x \rangle)^m \quad (2.17)$$

#### II.4.7 Notions de probabilités



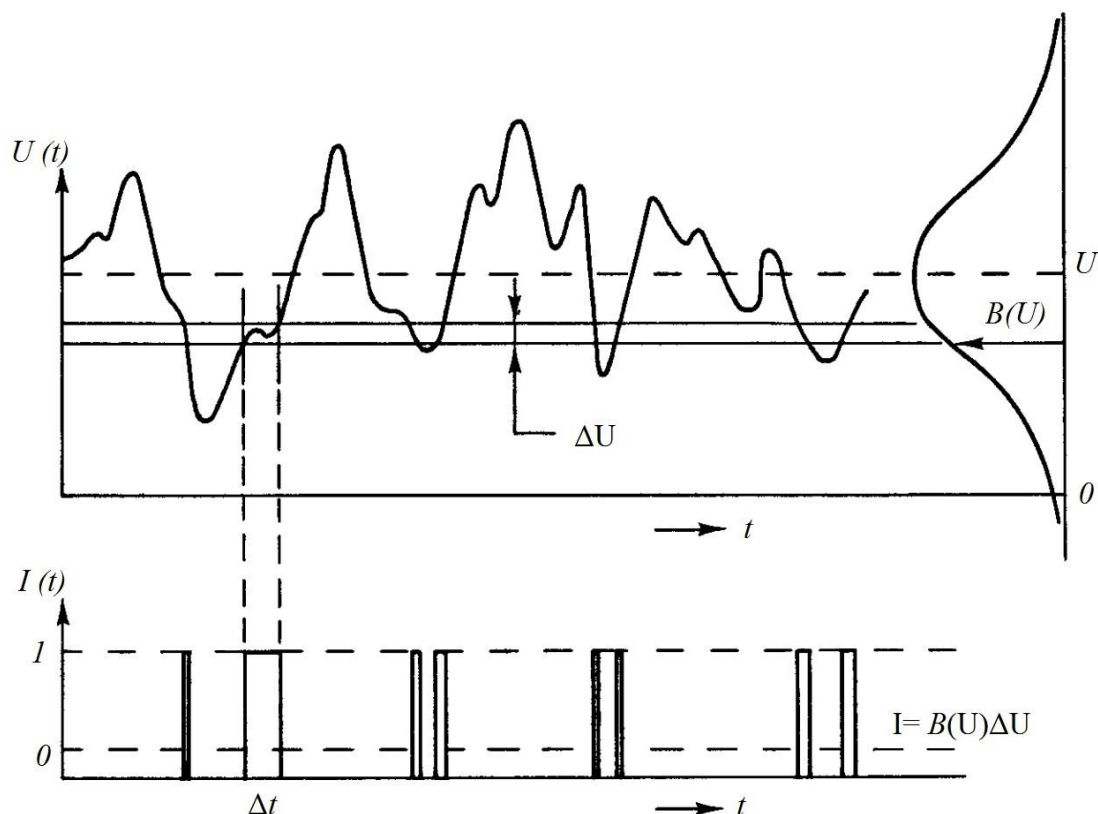
**Figure II.3 :** Fonction de densité de probabilité

L'histogramme de la visualisation d'un événement aléatoire comporte sur l'axe des abscisses toutes les valeurs possibles de l'expérience et sur l'axe des ordonnées le nombre des valeurs enregistrées pour chaque valeur possible divisée par le nombre total des réalisations, voir figure (II.3).

La courbe délimitant l'histogramme pour un nombre infini d'expérimentation sera appelée fonction de densité de probabilité. Cette fonction est toujours positive.

Si nous considérons la vitesse fluctuante mesurée dans une expérience par exemple ou calculée dans une simulation et si nous nous intéressons à mesurer la

quantité relatif du temps que  $U(t)$  prise à différents niveaux, le temps collecté va y avoir une densité variable, proportionnel au temps pris à chaque valeur de  $y$ . D'après la figure (I.4) les niveaux sont placés ensemble très proche par rapport à la largeur de  $U(t)$ . Si on effectue la moyenne, on obtient le pourcentage du temps pris par  $U(t)$  entre les deux niveaux, ainsi on obtient une fonction similaire à celle présentée à la droite de la figure (II.4).



**Figure II.4 :** Mesure de la densité de probabilité de la fonction stationnaire  $f$  [83].

Donc on peut définir la quantité  $B(u)$  par :

$$B(u)\Delta u = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \sum \Delta t$$

La fonction  $B(u)$  est appelée la densité de probabilité de trouver  $U(t)$  entre  $U$  et  $U + \Delta u$ . Elle est égal à la proportion du temps pris dans l'intervalle, puisque  $B(u)$  représente une fraction du temps qui est toujours positive, tandis que la somme des valeurs du  $B(u)$  pour toutes les valeurs de  $U$  doit être égal à l'unité.

$$B(u) \geq 0, \int_{-\infty}^{+\infty} B(u)du = 1$$



La forme de  $B(u)$  donnée sur la figure (II.4) est typique à la densité de probabilité mesurée ou calculée dans les écoulements turbulents. Plusieurs autres formes sont possibles.

Maintenant on peut exprimer les moyennes que nous avons déjà familiarisées en fonction du terme  $B(u)$ . Supposons que nous voulons faire la moyenne temporelle de la fonction  $f$ :

$$\bar{f} = \lim_{T \rightarrow \infty} \int_t^{t+T} f(u) dt$$

En additionnant tous les intervalles entre  $t_0$  et  $t_0 + 1$  durant lesquels  $U(t)$  est entre  $U$  et  $U + \Delta u$ , en multipliant le résultat par  $f(u)$ , puis en faisant la sommation à travers tous les niveaux, on peut écrire :

$$\bar{f} = \lim_{T \rightarrow \infty} \int_t^{t+T} f(u) dt = \int_{-\infty}^{+\infty} f(u) B(u) du$$

Dans les travaux expérimentaux, la valeur moyenne est toujours déduite de la fonction fluctuante  $U(t)$ . On peut ainsi définir la fluctuation comme  $u' = U - \bar{U}$  avec  $\bar{u}' = 0$ . Nous aurons donc  $B(U) = B(\bar{U} + u')$ . Il est convenable d'utiliser la densité de probabilité  $B(u')$  au lieu  $B(U)$  par déplacement de  $B(U)$  le long de l'axe de  $U$  sur une distance  $\bar{U}$ . Les moments formés avec  $u'^n$  et  $B(u')$  sont appelés les moments centraux. Le moment central d'ordre un est égal à zéro.

La déviation de la moyenne carré  $\sigma^2$  de la valeur moyenne  $\bar{U}$  est appelé la variance ou moment central d'ordre deux, il est défini par :

$$\sigma^2 = \overline{u'^2} = \int_{-\infty}^{+\infty} u'^2 B(U) dU = \int_{-\infty}^{+\infty} u'^2 B(u') du'$$

La variance  $\sigma$  est la déviation standard et habituelle (amplitude de la racine carrée de la moyenne). La déviation standard c'est la mesure la plus convenable de la largeur de  $B(u)$ .

La valeur de  $\sigma^2$  n'est pas affectée par l'asymétrie de  $B(u')$  autour de l'origine.  $B(u')$  est écrit comme la somme d'une partie symétrique et une partie asymétrique. Cette dernière ne contribue pas à la valeur de  $\sigma^2$ . Cependant le moment d'ordre trois définit par :  $\overline{u'^3} = \int_{-\infty}^{+\infty} u'^3 B(u') du'$  dépend uniquement de l'asymétrie de  $B(u')$ . Si

$B(u')$  est symétrique autour de l'origine on aura  $\overline{u'^3} = 0$ . D'habitude pour rendre  $\overline{u'^3}$  adimensionnel on le divise par  $\sigma^3$ , où il donne une mesure de l'asymétrie notée  $S$  :

#### II.4.8 Dissymétrie et aplatissement

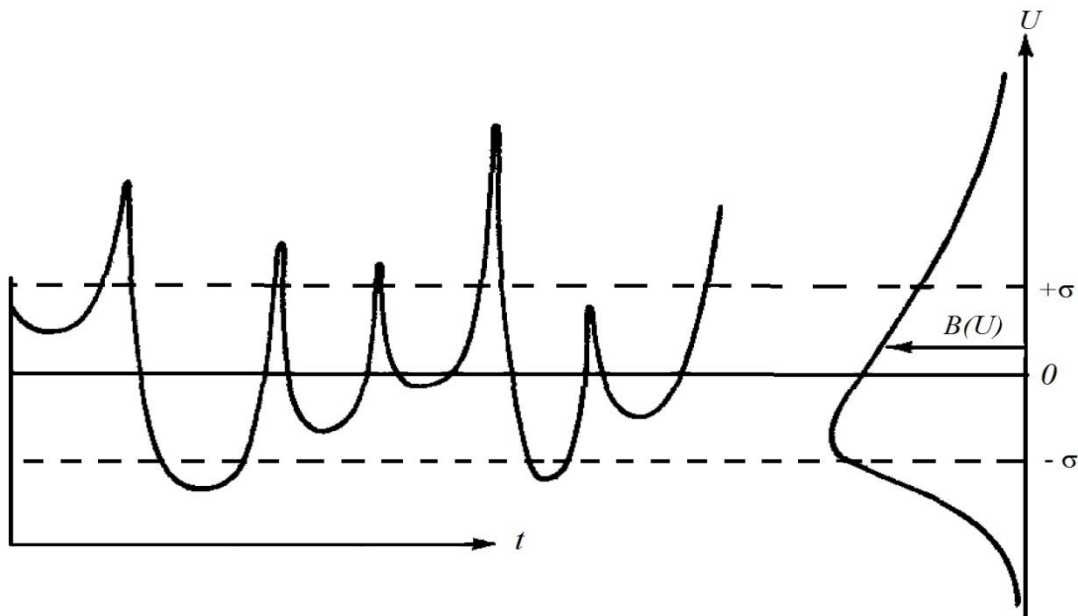
Ces deux quantités sont appelés aussi Skewness et Flatness. Elles sont deux constantes sans dimension pour caractériser la forme de la fonction  $B(u')$  soient :

$$S = \frac{\langle (x-X)^3 \rangle}{\langle (x-X)^2 \rangle^{3/2}} ; F = \frac{\langle (x-X)^4 \rangle}{\langle (x-X)^2 \rangle^2}$$

Une fonction  $B(u')$  de forme symétrique a un Skewness nul. Un Skewness non nul indique donc une dissymétrie de la  $B(u')$ . Le Flatness indique l'aplatissement de la courbe. Plus la fonction  $B(u')$  est plate plus son Flatness est faible. Une distribution gaussienne a un Skewness égal à zéro et un Flatness égal à 3. Le Skewness est donné par :

$$S = \frac{\overline{u'^3}}{\sigma^3}$$

La figure (II.5) présente une fonction avec une valeur positive de  $S$ . Un facteur de dissymétrie positif signifie que des valeurs négatives  $\overline{u'^3}$  ne sont pas assez fréquentes que les valeurs positives.



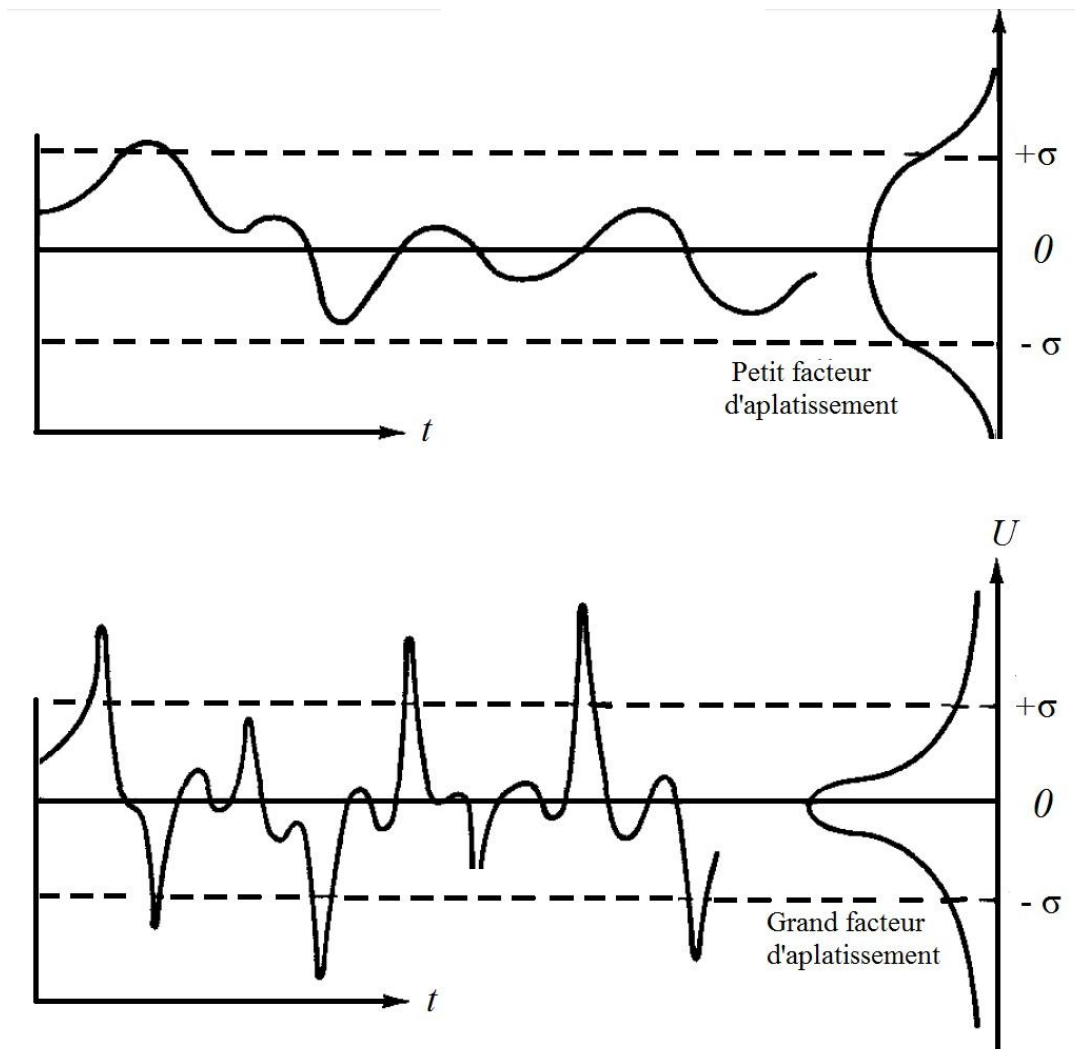
**Figure II.5 :** Une fonction avec un facteur de dissymétrie positif [83].

Le moment d'ordre quatre adimensionnel donné par  $\sigma^4$  est appelé le facteur d'aplatissement. Il est représenté par le symbole  $F$  :

$$F = \frac{\overline{u'^4}}{\sigma^4} = \frac{1}{\sigma^4} \int_{-\infty}^{+\infty} u'^4 B(u') du'$$

Deux fonctions, une avec un faible facteur d'aplatissement et l'autre avec un grand facteur d'aplatissement, sont représentées sur la figure (I.6).

On aura un grand facteur d'aplatissement si les valeurs de  $B(u')$  au bout de l'extrémité de la densité de probabilité sont relativement larges. La fonction  $U(t)$  prend fréquemment des valeurs très loin de l'axe sous forme des pics voir la figure (II.6). Le facteur  $F$  ne contient pas des informations sur la largeur de  $B(u')$ .



**Figure II.6 :** Fonctions avec un petit et un grand facteur d'aplatissement [83].

Souvent ce n'est pas une seule variable qui varie aléatoirement, mais se sont deux ou trois variables comme c'est le cas des trois composantes du vecteur vitesse. Dans

ce cas en plus des quantités statistiques définit précédemment il est utile de considérer des moments statistiques de plusieurs variables ensemble.

Pour les deux composantes  $u$  et  $v$  du vecteur vitesse, il existe trois moments du second ordre  $\langle u^2 \rangle$ ,  $\langle v^2 \rangle$  et  $\langle uv \rangle$ .

$\langle uv \rangle$  est appelée corrélation croisée, covariance croisée ou tout simplement corrélation.

$\langle u^2 \rangle$  et  $\langle v^2 \rangle$  sont les covariances ou tout simplement variances.

## II.5 Modélisation de la turbulence

En introduisant la moyenne de Reynolds, toute fonction du champ de l'écoulement  $F(x_j, t)$  peut être décomposée en :

$$F(x_j, t) = \bar{F}(x_j, t) + f'(x_j, t)$$

$$\text{Avec } \overline{f'(x_j, t)} = 0$$

L'équation (2.1) donne immédiatement par passage à la moyenne :

$$\frac{\partial \bar{\rho U}_i}{\partial x_i} = 0 \quad (2.18)$$

$$\frac{\partial \bar{\rho U}_i}{\partial t} + \frac{\partial \bar{\rho U}_i U_j}{\partial x_j} = \frac{\partial \bar{\sigma}_{ij}}{\partial x_j} + \bar{\rho} F_i \quad (2.19)$$

Et comme la masse volumique est une fonction aléatoire, il vient :

$$\frac{\partial \bar{\rho U}_i + \overline{\rho' u'_i}}{\partial x_i} = 0 \quad (2.20)$$

$$\frac{\partial \bar{\rho U}_i}{\partial t} + \frac{\partial (\bar{\rho U}_i U_j + \overline{\rho' u'_i U_j} + \overline{\rho' u'_j U_i} + \overline{\rho' u'_i u'_j} + \overline{\rho' u'_i u'_j})}{\partial x_j} = \frac{\partial \bar{\sigma}_{ij}}{\partial x_j} + \bar{\rho} F_i \quad (2.21)$$

Nous avons donc des nouvelles corrélations à modéliser comme  $\overline{\rho' u'_i}$ ,  $\overline{\rho' u'_i u'_j}$

La densité variable a été étudiée en utilisant plusieurs schémas de décomposition moyenne. Nous en distinguerons, pour les modèles de fermeture au second ordre, trois types.

Le premier type, utilisant des moyennes conventionnelles au sens de Reynolds, a fait l'objet de certains travaux comme ceux de Donaldson et col, Janika et Kollman, Janika et Lumley, et Panchapakesan et Lumley.

Le second, initialement proposé par Favre, utilise des moyennes dites ‘pondérées par la masse’. Notons que cette décomposition prend en compte de façon implicite certains effets de masse volumique qui rendent l’écriture des équations pratiquement identique à celle du cas où la masse volumique est constante. C’est ainsi que de nombreux auteurs comme Kent et Bilger, Borghi et Dutoya, Jones, Chassaing, Vandromme, Viollet et col, Ruffin et col, adoptent cette décomposition pour étudier des écoulements turbulents à masse volumique variable.

Notons, en particulier, les calculs de Chassaing, qui mettent en évidence des différences significatives entre deux modèles de fermeture semblables avec des regroupements binaire (flux de masse inclus dans les grandeurs moyennes) ou tertiaire (flux exprimé en fonction des moments d’ordre deux). Il a utilisé les moyennes conventionnelles, en regroupant les corrélations convectives en trois contributions, dégagant un terme de flux basé sur la valeur instantanée de la masse volumique. Il montre aussi que les corrélations doubles impliquant la fluctuation de masse volumique sont liées, dans différents cas, au termes précédents, c’est-à-dire toute corrélation de type  $\overline{\rho'f}$  est liée au terme de flux principal correspondant, de type  $\overline{\rho'f}u_i$ . Ces flux principaux font l’objet d’équations de bilan en tous points semblables à celles obtenues en situation où la masse volumique est constante.

Enfin, un troisième type de décomposition appelée ‘mixed-weighted’, représentant un cas hybride des deux décompositions classiques de Favre et de Reynolds, a été développée par Ha Minh et col, et Mac Innes (1981).

Finalement, les différentes méthodes actuellement mise en œuvre permettent, pour la plupart des cas, une assez bonne prédiction du comportement global d’un jet à masse volumique variable. Cependant il apparaît nettement qu’un raffinement est nécessaire, notamment en ce qui concerne la structure fine de la turbulence et plus particulièrement la modélisation des termes d’ordre supérieur (moments d’ordre trois, corrélations pression-vitesse, ...). Ceci est d’autant plus critique dans la région proche de la paroi où la turbulence est loin d’être en équilibre.

Pour avoir une formulation conservative des équations générales de bilan, dès 1958, Favre introduit la notion de moyenne pondérée par la masse volumique qu'il développe dans une série de publications [67-72]. Cette moyenne permet de retrouver formellement un système d'équation proche de celui obtenu pour un écoulement à masse volumique constante.

Si on pose :

$$\tilde{U}_i = \frac{\overline{\rho U_i}}{\bar{\rho}} \quad \text{et} \quad \tilde{u}''_i \neq 0$$

Et on y associe la nouvelle décomposition de la variable  $U$ , on obtient :

$$U_i = \tilde{U}_i + u''_i$$

Avec :

$$\bar{\rho} \tilde{u}''_i = 0 \quad \text{où} \quad \overline{u''_i} = -\frac{\overline{\rho'' u''_i}}{\bar{\rho}}$$

Notons ici que la moyenne de Favre n'est pas centrée, contrairement à celle de la décomposition de Reynolds.

Donc la valeur instantanée de n'importe quelle fonction  $F$  peut s'écrire comme suit :

$$F = \tilde{F} + f'' \quad \text{avec} \quad \overline{f''} \neq 0 \quad \text{et} \quad \overline{\rho f''} = 0 \quad (\text{Favre})$$

$$F = \bar{F} + f' \quad \text{avec} \quad \overline{f'} = 0 \quad \text{et} \quad \overline{\rho f'} \neq 0 \quad (\text{Reynolds})$$

Si nous reprenons l'équation de conservation de la masse. On peut écrire que :

$$\rho U_i = \rho \tilde{U}_i + \rho u''_i$$

Et en prenant la moyenne d'ensemble, il vient :

$$\overline{\rho U_i} = \overline{\rho \tilde{U}_i} \quad \text{puisque} \quad \overline{\rho u''_i} = 0$$

Finalement, la conservation de la masse s'écrit :

$$\frac{\partial \bar{\rho} \tilde{U}_i}{\partial x_i} = 0 \quad (2.22)$$

Si on transforme de la même façon l'équation de quantité de mouvement, en décomposant toutes les variables selon Favre, à l'exception de la masse volumique  $\rho$  et de la pression  $P$ , on obtient que :

$$\begin{aligned} \frac{\partial \bar{\rho} \tilde{U}_i}{\partial t} + \frac{\partial \bar{\rho} \tilde{U}_i \tilde{U}_j}{\partial x_j} = \\ - \frac{\partial \bar{P}}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ (\mu + \mu_t) \left( \frac{\partial \tilde{U}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \tilde{U}_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \mu S \delta_{ij} - \overline{\rho u''_i u''_j} \right] + \bar{\rho} F_i \end{aligned} \quad (2.23)$$

$$\frac{\partial \bar{\rho} \tilde{C}_i}{\partial t} + \frac{\partial \bar{\rho} \tilde{C}_i \tilde{U}_j}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ D \left( \frac{\partial \tilde{C}_i}{\partial x_j} \right) - \overline{\rho c''_i u''_j} \right] \quad (2.24)$$

Ainsi, grâce à l'usage de la moyenne pondérée, le terme convectif ne comporte plus, en moyenne, que deux contributions, comme c'est le cas pour un fluide incompressible.

### II.5.1 Modèle de turbulence des contraintes de Reynolds

L'avantage du modèle des contraintes de Reynolds (RSM) est que chacun des éléments du tenseur des contraintes de Reynolds  $\overline{\rho u''_i u''_j}$  est calculé à partir de sa propre équation de transport. Ce modèle permet donc l'étude des écoulements caractérisés par une turbulence anisotrope, et il permet ainsi de mieux décrire l'influence de l'écoulement à densité variable [73-75].

L'équation exacte de transport de la contrainte  $\overline{\rho u''_i u''_j}$ , pour un écoulement stationnaire, est donnée par :

$$\frac{\partial(\overline{\rho u''_i u''_j})}{\partial x_k} = P_{ij} + G_{ij} + \Phi_{ij} + d_{ij} - \rho \epsilon_{ij} \quad (2.25)$$

$$P_{ij} = -\bar{\rho} \left( \overline{u''_i u''_k} \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_k} + \overline{u''_j u''_k} \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_k} \right) \quad (2.26)$$

$$G_{ij} = -\frac{\mu_t}{\rho Pr_t} \left( g_i \frac{\partial \bar{\rho}}{\partial x_j} + g_j \frac{\partial \bar{\rho}}{\partial x_i} \right) \quad (2.27)$$

$$\Phi_{ij} = \overline{p \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right)} \quad (2.28)$$

$$d_{ij} = -\frac{\partial}{\partial x_k} \left[ \overline{\bar{\rho} u''_i u''_j u''_k} + \overline{p(\delta_k u_i + \delta_{ik} u_j)} \right] \quad (2.29)$$

$$\epsilon_{ij} = -2\mu \frac{\partial u_i}{\partial x_k} \frac{\partial u_j}{\partial x_k} \quad (2.30)$$

Les termes  $P_{ij}$  et  $G_{ij}$  sont exactes et ne nécessitent pas de modélisation, par contre les termes  $\Phi_{ij}$ ,  $d_{ij}$  et  $\epsilon_{ij}$  ont besoin d'être modélisés pour résoudre le problème de fermeture du système d'équation.

#### II.5.1.1 Modélisation du terme de transport diffusif turbulent

Le terme de diffusion turbulente est substitué par un modèle de type gradient généralisé (Daly et Harlow) [76] de la forme :

$$D_{ij} = C_s \frac{\partial}{\partial x_k} \left( \bar{\rho} \frac{k \partial u_k'' \overline{u_l''}}{\epsilon} \frac{\partial \overline{u_i'' u_j''}}{\partial x_l} \right) \quad (2.31)$$

Parfois, cette expression peut conduire à des instabilités numériques. Elle a été simplifiée dans le code Ansys-fluent par une expression utilisant une viscosité turbulente.

$$D_{ij} = \frac{\partial}{\partial x_k} \left( \frac{\mu_t}{\sigma_k} \frac{\partial \overline{u_i u_j}}{\partial x_l} \right) \quad (2.32)$$

Où  $\sigma_k = 0.82$  et  $\mu_t$  est donné par l'équation suivante :

$$\mu_t = \rho C_\mu \frac{k^2}{\varepsilon}$$

### II.5.1.2 Modélisation de la corrélation pression-taux de déformation

D'après Gibson et Launder (1978), Fu et al (1987) et Launder (1989), le terme  $\Phi_{ij}$ , qui est un terme de redistribution et n'affecte pas la valeur de  $k$ , peut être modélisé en utilisant la décomposition suivante :

$$\Phi_{ij} = \Phi_{ij1} + \Phi_{ij2} + \Phi_{ij3} + \Phi_{ijw} \quad (2.33)$$

$\Phi_{ij1}$ , dit terme lent, dépend seulement des fluctuations de vitesse et exprime le retour à l'isotropie. Il est modélisé comme suit :

$$\Phi_{ij1} = -C_1 \frac{\bar{\rho} \varepsilon}{k} \left( \overline{u_i u_j} - \frac{2}{3} k \delta_{ij} \right) \quad (2.34)$$

Où  $C_1 = 1.8$

$\Phi_{ij2}$ , dit terme rapide, dépend des fluctuations de vitesse et des gradients de vitesse moyenne et exprime aussi un retour à l'isotropie. Il est donné par :

$$\Phi_{ij2} = -C_2 \left[ (P_{ij} - C_{ij}) - \frac{2}{3} \delta_{ij} (P - C) \right] \quad (2.35)$$

Où :  $C_2 = 0.6$ ,  $P = \frac{1}{2} P_{kk}$  et  $C = \frac{1}{2} C_{kk}$

Dans le cas de la différence de densité, les contraintes de Reynolds sont aussi indirectement affectées par le champ gravitationnel à travers les fluctuations de pression. Même raisonnement, une isotropisation de la production des contraintes de Reynolds dû aux forces de flottabilités. Il est modélisé comme suit :

$$\Phi_{ij2} = -C_3 \left[ \left( G_{ij} - \frac{2}{3} \delta_{ij} G \right) \right] \quad (2.36)$$

Avec une valeur de  $C_3 = \frac{3}{5}$



$\Phi_{ijw}$  est le terme de réflexion de paroi. Il tend à amortir la contrainte normale perpendiculaire à la paroi.

$$\Phi_{ijw} = \bar{\rho} C'_1 \frac{\epsilon}{k} \left( \overline{u_k'' u_m''} n_k n_m \delta_{ij} - \frac{3}{2} \overline{u_i'' u_k''} n_j n_k - \frac{3}{2} \overline{u_j'' u_k''} n_i n_k \right) \left( \frac{C_l l}{y} \right) + C'_2 \left( \Phi_{km,2} n_k n_m \delta_{ij} - \frac{3}{2} \Phi_{ik,2} n_j n_k - \frac{3}{2} \Phi_{jk,2} n_i n_k \right) \left( \frac{C_l l}{y} \right) \quad (2.37)$$

Avec :

$$C'_1 = 0.5, C'_2 = 0.3, C_l = \frac{c_\mu^{3/4}}{\kappa}, C_\mu = 0.09, \kappa = 0.4187 \text{ (Constante de Von Karman)}$$

Pour le code Ansys-Fluent, les contraintes de Reynolds ne sont pas calculées au niveau des cellules adjacentes à la paroi. En fait elles sont déduites de façon explicite de l'énergie cinétique turbulente qui est calculée à partir de son équation de transport.

### II.5.1.3 Modélisation du taux de dissipation

$\epsilon_{ij}$  est le taux de dissipation de  $\overline{\rho u''_i u''_j}$ . Puisque cette dissipation se fait au niveau des plus petites échelles de turbulence par effet de viscosité qui ont un caractère isotrope. Les contraintes normales sont supposées qu'elles se dissipent au même taux  $\epsilon_{ij}$  qui est donné par:

$$\epsilon_{ij} = \frac{2}{3} \delta_{ij} \epsilon$$

Le taux de dissipation est calculé à partir d'une équation de transport similaire à celle du modèle  $k - \epsilon$

$$\frac{\partial \bar{\rho} \tilde{\nu}_k \epsilon}{\partial x_k} = \frac{\rho \epsilon^2}{k} \left( c_{\epsilon 1} \frac{(P_k + G)}{\rho \epsilon} - c_{\epsilon 2} \right) + \frac{\partial}{\partial x_k} \left( \left( \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\epsilon} \right) \frac{\partial \epsilon}{\partial x_k} \right) \quad (2.38)$$

$$\text{Où } c_{\epsilon 1} = 1.44 c_{\epsilon 2} = 1.92 \sigma_\epsilon = 1.44$$

### II.5.2 Modèle de simulation des grandes échelles LES (Large Eddy simulation)

Au lieu d'attaquer directement les équations de Navier-Stokes pour capter toutes les échelles de turbulence, à partir de l'échelle de l'écoulement moyen jusqu'à l'échelle de Kolmogorov c'est-à-dire aucune modélisation n'est faite, une nouvelle approche appelée Simulation des Grandes Echelles à mi-chemin entre la méthode de calcul directe et la résolution des équations moyennées est entrain d'être de plus en plus utilisée. Le filtrage des gros tourbillons est effectué par l'introduction d'une largeur du filtre de l'ordre de la dimension des mailles d'un maillage choisi. Donc on

peut simuler d'une manière déterministe les tourbillons de taille supérieure au filtre imposé et ne modéliser que les tourbillons de taille plus petite. L'avantage d'une telle technique est la réduction appréciable du nombre de points de discrétisation nécessaire par rapport à celui exigé par la méthode de calcul directe, voir figure (II.7).

Les équations obtenues de cette filtration seront appelées les équations filtrées de Navier-Stokes. Elles ont la même forme que les équations RANS avec un tenseur des contraintes sous maille (Subgrid Scale Modelling), au lieu du tenseur des contraintes turbulentes. L'avantage de cette méthode est que les grands tourbillons qui sont fortement dépendantes de l'écoulement moyen sont carrément simulés par la résolution des équations instationnaires du mouvement tridimensionnel. Les petites structures étant beaucoup moins dépendantes pour un problème donné et qui peuvent être représentées par un modèle relativement simple.

A la différence des méthodes statistiques qui ne fournissent que des valeurs moyennes, la Simulation des Grandes Echelles donne un accès direct aux tourbillons et aux structures cohérentes permettant d'interpréter les statistiques calculées.

La méthode LES est incontournable à chaque fois qu'on a besoin d'accéder aux quantités instantanées de l'écoulement comme par exemple pour détecter les pics de pollution ou prédire les contraintes dues aux chocs thermiques d'un jet chaud impactant une paroi froide.

### II.5.2.1 Les équations filtrées de la turbulence

L'intérêt de l'application d'un filtre est de laisser passer les bas nombres d'onde correspondant aux grandes échelles et bloquer les grands nombre d'ondes.

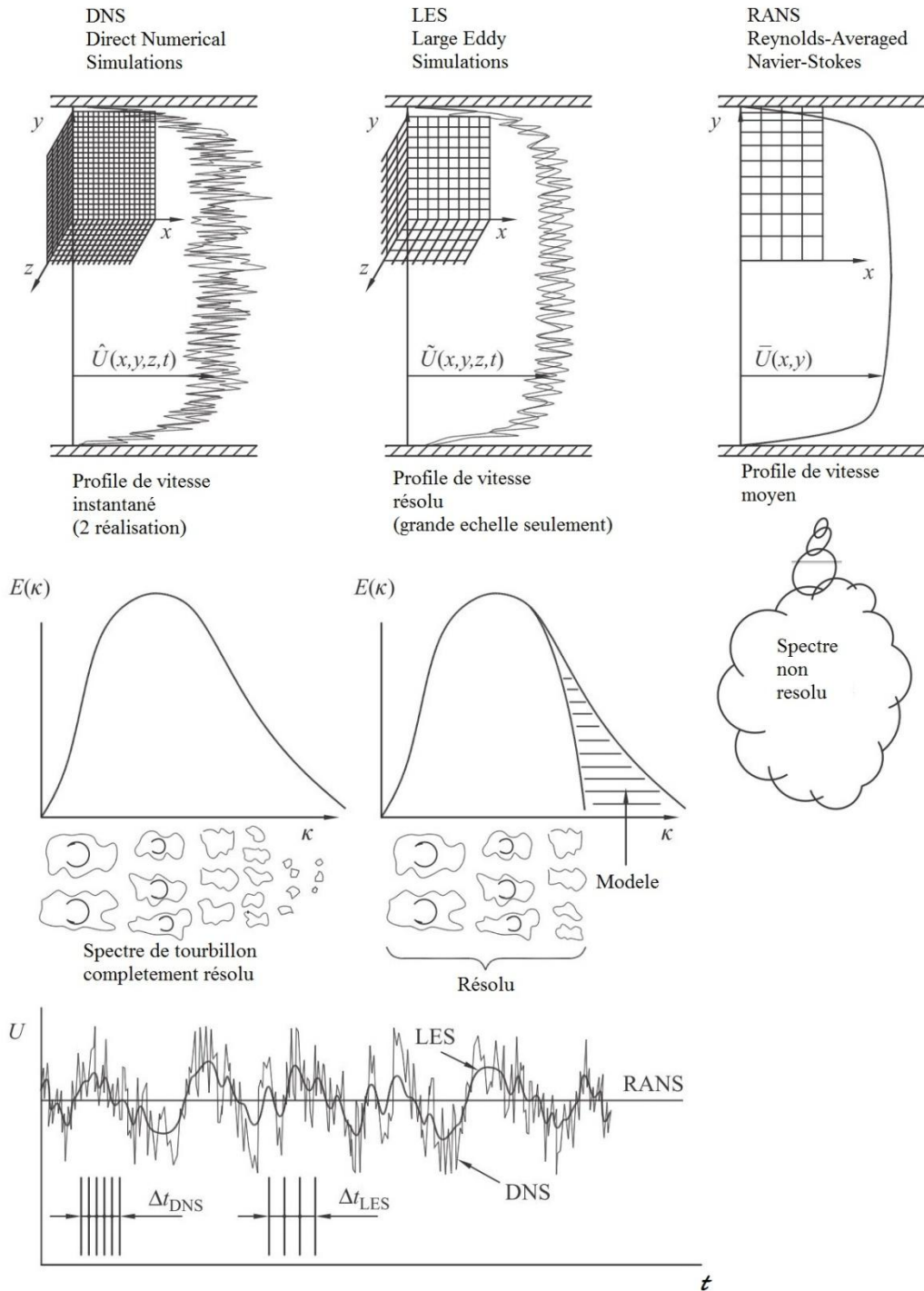
Pour un filtre de type passe-bas de largeur  $\Delta$ , le nombre d'onde  $K_c = \frac{\pi}{\Delta}$  représente la limite entre le champ résolu et le champ modélisé. Toute quantité  $f$  scalaire ou vectorielle, sera décomposée en deux parties. La partie résolue et la partie modélisée sous maille.

$$\begin{aligned} f(x, y, z, t) &= \bar{f}(x, y, z, t) + f'(x, y, z, t) \\ f(\vec{x}, t) &= \bar{f}(\vec{x}, t) + f'(\vec{x}, t) \quad (2.36) \end{aligned}$$

En appliquant un filtre spatial à une quantité  $f$  on obtient l'expression suivante

$$\bar{f}(\vec{x}, t) = \iiint_{R^3} f(\vec{y}, t) G(\vec{x}, \vec{y}) \overline{d\vec{y}}$$

Où  $G$  est un filtre vérifiant la condition suivante



**Figure II.7 :** Comparaison illustrative entre la simulation DNS, LES et RANS  
K.Hanjalic,2011, [77].

$$\iiint_{R^3} G(\vec{x}, \vec{y}) \overline{d\vec{y}} = 1$$

Un filtre qui peut s'écrire sous la forme  $G(\vec{x} - \vec{y})$  est dit filtre homogène d'où :

$$\bar{f}(\vec{x}, t) = \iiint_{R^3} f(\vec{y}, t) G(\vec{x} - \vec{y}) \overrightarrow{d\vec{y}} = \iiint_{R^3} f(\vec{x} - \vec{y}, t) G(\vec{y}) \overrightarrow{d\vec{y}},$$

Le filtre appliqué doit lisser la fonction pour effacer les petites fluctuations de sorte à pouvoir utiliser une grille de calcul assez grossière pour représenter la quantité  $f$ . Ce filtre est de ce fait caractérisé par une largeur  $\Delta$  correspondant à la taille de la plus petite échelle de longueur qu'il peut capter. Soit :

$$f' = f - \bar{f}$$

La somme du champ filtré et le champ sous maille doit être équivalente au champ de la quantité non filtrée.

Contrairement à ce qui se passe avec la méthode RANS, avec la méthode LES on ne moyenne pas sur le temps d'où la dépendance de la variable filtrée aussi bien de l'espace que du temps.

$$\langle\langle f \rangle\rangle = \langle f \rangle \rightarrow \langle f' \rangle = 0 \text{ Moyenne temporelle RANS}$$

$$\bar{\bar{f}} \neq \bar{f} \rightarrow \bar{f}' \neq 0 \text{ Moyenne spatiale LES}$$

La relation suivante est généralement vraie pour un filtre quelconque

$$\bar{f}' = \bar{f} - \bar{\bar{f}}$$

Alors que l'égalité suivante est vérifiée pour un filtre homogène :

$$\frac{\partial \bar{f}}{\partial x_i} = \frac{\partial \bar{f}}{\partial x_i}$$

Un filtre droit dans l'espace spectral (*spectral cut-off passe-bas*) est exprimé par :

$$G = \begin{cases} 1 & \text{if } K \leq \frac{\pi}{\Delta} \\ 0 & \text{autrement} \end{cases}$$

Après l'introduction d'un filtre homogène les équations instantanées de Navier-Stokes seront appelées équations de Navier-Stokes filtrées et elles prendront la forme suivante :

$$\frac{\partial \bar{U}_i}{\partial t} + \bar{U}_j \frac{\partial \bar{U}_i}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{P}}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \vartheta \left( \frac{\partial \bar{U}_i}{\partial x_j} \right) \right] + \frac{\partial T_{ij}}{\partial x_j} \quad (2.39)$$

$$\frac{\partial \bar{U}_i}{\partial x_i} = 0 \quad (2.40)$$

$T_{ij}$  est le tenseur sous maille contenant les informations des échelles de turbulence les plus petites que la largeur du filtre appliqué.

Le tenseur sous maille peut être modélisé en termes de champ filtré ou à travers des équations de transport. Le tenseur sous maille peut être décomposé comme suit :

$$\begin{aligned}
 T_{ij} &= \bar{U}_i \bar{U}_j - \overline{(\bar{U}_i + u'_i)(\bar{U}_j + u'_j)} \\
 T_{ij} &= -[\overline{(\bar{U}_i \bar{U}_j - \bar{U}_i \bar{U}_j)} + \overline{(\bar{U}_i u'_j + \bar{U}_j u'_i)} + \overline{(u'_i u'_j)}] \\
 T_{ij} &= -[L + C + R] \quad (2.39)
 \end{aligned}$$

Où  $L$  : est appelé tenseur de Leonard (1974),  $C$  : est le tenseur croisé (Grande échelle-petites échelle) et le dernier terme  $R$  représente les tensions de Reynolds.

## II.5.2.2 Fermeture des équations de transport

### II.5.2.2.1 Hypothèse de la viscosité turbulente

Pour fermer les équations filtrées, on utilise l'hypothèse de la viscosité turbulente et de la diffusivité turbulente, similaire aux méthodes utilisées dans les équations moyennées RANS.

$$T_{ij} - \frac{1}{3} T u \delta_{ij} = \vartheta_t(\vec{x}, t) \left[ \frac{\partial \bar{U}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{U}_j}{\partial x_i} \right]$$

On ne modélise ici que les échelles sous maille qui acceptent l'hypothèse d'isotropie de la viscosité turbulente.

Les équations fermées deviennent :

$$\frac{\partial \bar{U}_i}{\partial t} + \frac{\partial \bar{U}_i \bar{U}_j}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{P}}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \vartheta + \vartheta_t \left( \frac{\partial \bar{U}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{U}_j}{\partial x_i} \right) \right] \quad (2.41)$$

$$\bar{P} = p - \frac{1}{3} \rho_0 T u$$

$$\frac{\partial \bar{U}_i}{\partial x_i} = 0 \quad (2.42)$$

Et de même pour la diffusivité de la fraction massique  $C$  :

$$\frac{\partial \bar{C}}{\partial t} + \frac{\partial \bar{C} \bar{U}_j}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ (D + D_t) \frac{\partial \bar{C}}{\partial x_j} \right] \quad (2.43)$$

L'inconvénient de cette hypothèse est qu'elle considère que la viscosité moléculaire qui est une propriété de fluide est basée sur la considération d'une échelle suffisamment grande par rapport à l'échelle moléculaire, comme dans la théorie cinétique des gaz. Dans le cas de la viscosité turbulente ou apparente qui est

une propriété de l'écoulement et non pas du fluide, la viscosité turbulente est basée sur une distance  $l_m$  dite longueur de mélange représentant l'échelle de longueur des tourbillons. Mais cette séparation n'existe pas puisque le spectre de la turbulence est continu.

### II.5.2.2.2 Hypothèse de longueur de mélange

Sur la base d'un raisonnement inspiré de la théorie cinétique des gaz, Prandtl a suggéré une relation du type :

$$\vartheta_t(x, t) = \alpha l_m V^*$$

$l_m$  est la longueur caractéristique des échelles sous maille. La taille  $\Delta$  est la proposition retenue ici. Il reste à déterminer la vitesse d'agitation caractéristique  $V^*$ .

Une première proposition est donné par :

$$V^* = \alpha \sqrt{k_{sm}}$$

Avec

$$k_{sm}(\vec{x}, t) = \frac{1}{2} \overline{u'(x, t)u'(x, t)}$$

Il reste qu'à écrire l'équation de transport de  $k_{sm}$ , où le terme de dissipation sera donné par la formule suivante :

$$\bar{\epsilon}(\vec{x}, t) = \vartheta \frac{\overline{\partial u' \partial u'}}{\partial x_i \partial x_i} \propto \frac{k_{sm}^{3/2}}{\Delta}$$

### II.5.2.2.3 Le modèle Smagorinsky-Lilly :

Ce modèle suppose que la coupure s'effectue dans la zone inertielle, où la turbulence pour les grands nombres de Reynolds est indépendante des grands tourbillons ainsi que pour des petits. Elle ne dépend donc que du taux de dissipation et de l'échelle intégrale de la turbulence.

$$\vartheta_{sgs} = \epsilon^a (C_s \Delta)^b$$

L'analyse dimensionnelle donne la relation suivante :

$$\vartheta_{sgs} = \epsilon^{1/3} (C_s \Delta)^{4/3}$$

En introduisant l'hypothèse de l'isotropie de la dissipation et de l'équilibre, il vient :

$$2\vartheta_{sgs} \bar{S}_{ij} \bar{S}_{ij} = \epsilon$$

$$\vartheta_{sgs}^3 = \epsilon(C_s \Delta)^4 = (C_s \Delta)^4 \vartheta_{sgs} (2\bar{S}_{ij} \bar{S}_{ij})$$

Dou :

$$\vartheta_{sgs} = (C_s \Delta)^2 |\bar{S}|$$

Pour le modèle Smagorinsky-Lilly (Smagorinsky, 1963 et Lilly, 1992).

$$\mu = \rho L_z^2 \sqrt{2\bar{S}_{ij} \bar{S}_{ij}} \quad \text{avec}$$

$$L_z = \min(\kappa y_p, C_s^3 \sqrt{\Delta})$$

$\kappa$  est la constante de Von Karman,  $y_p$  est la distance par rapport à la paroi la plus proche et  $\Delta$  est le volume du filtre d'une cellule de calcul.

Où  $C_s$  est la constante de Smagorinsky

#### II.5.2.2.4 Modèle de la viscosité turbulente spectrale

Ce modèle développé par Chollet et Lesieur (1981). La viscosité turbulente est liée à l'énergie disponible à la coupure  $E(k_c, t)$ , et au nombre d'onde de coupure  $k_c$  par :

$$\vartheta_t(k, t) = \vartheta^+ \left( \frac{k}{k_c} \right) \left( \frac{E(k, t)}{k_c} \right)^{1/2}$$

Où  $\vartheta^+ \left( \frac{k}{k_c} \right)$  est une fonction approximativement constante et vaut 0.267 quand  $k \rightarrow 0$ . Elle vaut 1 quand  $k = k_c$ . Cette formule n'est applicable que pour la turbulence homogène, lorsqu'on utilise l'espace spectral pour résoudre les équations de Navier Stokes.

### II.5.3 La méthode LES pour les écoulements à masse volumique

#### variable

Après l'introduction d'un filtre homogène on obtient dans ce cas les équations filtrées suivantes :

$$\frac{\partial \bar{\rho} \bar{U}_i}{\partial x_i} = 0 \quad (2.44)$$

$$\frac{\partial \bar{\rho} \bar{U}_i}{\partial t} + \frac{\partial \bar{\rho} \bar{U}_i \bar{U}_j}{\partial x_j} = - \frac{\partial \bar{P}}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \mu \left( \frac{\partial \bar{U}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{U}_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \mu \bar{S} \delta_{ij} \right] + \bar{\rho} F_i \quad (2.45)$$

$$\frac{\partial \bar{\rho} \bar{C}}{\partial t} + \frac{\partial \bar{\rho} \bar{C} \bar{U}_j}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \rho D \frac{\partial \bar{C}}{\partial x_j} \right] \quad (2.46)$$

En s'inspirant de la méthode utilisée lors de l'application de la moyenne de Favre aux équations de l'écoulement, avec le même raisonnement, on applique ici un filtre appelé filtre de Favre.

$$\tilde{\Phi} = \frac{\overline{\rho\Phi}}{\bar{\rho}}, \overline{\rho\Phi} = \bar{\rho}\tilde{\Phi}$$

Donc les équations précédentes prennent la forme suivante :

$$\frac{\partial \bar{\rho}\tilde{U}_i}{\partial x_i} = 0 \quad (2.47)$$

$$\frac{\partial \bar{\rho}\tilde{U}_i}{\partial t} + \frac{\partial \bar{\rho}U_i\tilde{U}_j}{\partial x_j} = -\frac{\partial P}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \mu \left( \frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \overline{\mu S} \delta_{ij} \right] + \bar{\rho}F_i \quad (2.48)$$

$$\frac{\partial \bar{\rho}\tilde{C}}{\partial t} + \frac{\partial \bar{\rho}C\tilde{U}_j}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \bar{\rho}D \frac{\partial \tilde{C}}{\partial x_j} \right] \quad (2.49)$$

La formulation précédente est quelque peu complexe, puisqu'elle fait apparaître deux types de filtre en même temps. Pour simplifier, on définit le tenseur des contraintes sous maille par :

$$T_{ij} = -\overline{\rho U_i U_j} + \bar{\rho}\tilde{U}_i\tilde{U}_j \quad (2.50)$$

Que l'on reformule sous forme d'une partie isotrope et une deuxième partie déviatrice :

$$T_{ij} = T_{ij} - \frac{1}{3}T_u\delta_{ij} + \frac{1}{3}T_u\delta_{ij} = \tau_{ij} + \frac{1}{3}T_u\delta_{ij}$$

D'où on obtient:

$$\frac{\partial \bar{\rho}\tilde{U}_i}{\partial x_i} = 0 \quad (2.51)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \bar{\rho}\tilde{U}_i}{\partial t} + \frac{\partial \bar{\rho}\tilde{U}_i\tilde{U}_j}{\partial x_j} = \\ -\frac{\partial P}{\partial x_i} + \tau_{ij} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \bar{\rho}(\vartheta + \vartheta_t) \left( \frac{\partial \tilde{U}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \tilde{U}_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \bar{\rho}(\vartheta + \vartheta_t) \tilde{S} \delta_{ij} \right] + \bar{\rho}F_i \end{aligned} \quad (2.52)$$

$$\frac{\partial \bar{\rho}\tilde{C}_i}{\partial t} + \frac{\partial \bar{\rho}\tilde{C}_i\tilde{U}_j}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \bar{\rho}(D + D_t) \frac{\partial \tilde{C}}{\partial x_j} \right] \quad (2.53)$$

La fermeture du système se fait par introduction du concept de viscosité et de la diffusivité turbulente, soit :

$$\tau_{ij} \approx 2\bar{\rho}\vartheta_t\tilde{S}_{ij} \quad D_t = \bar{\rho} \frac{\vartheta_t}{Sc_t} \frac{\partial \tilde{C}}{\partial x_j}$$



# Chapitre III

## Configuration, maillage et calculs préliminaires

### III.1 Introduction

Dans notre travail on a étudié un jet pariétal, en injectant alternativement de l'air et de l'hélium dont les propriétés physiques sont les suivantes :

Propriétés du fluide	Air	Hélium
Masse molaire $M(\text{kg/kmol})$	$28.965 \cdot 10^{-3}$	$4.003 \cdot 10^{-3}$
Masse volumique $\rho(\text{kg/m}^3)$	1.20	0.1785
Viscosité dynamique $\mu(\frac{\text{kg}}{\text{m.s}})$ à $20^0 \text{ C}$	$1.816 \cdot 10^{-5}$	$1.983 \cdot 10^{-5}$
Viscosité cinématique $\nu(\frac{\text{m}^2}{\text{s}})$ à $20^0 \text{ C}$	$1.513 \cdot 10^{-5}$	$1.111 \cdot 10^{-4}$

L'injection se fait dans un jet externe de masse volumique de  $1\text{kg/m}^3$ . Cette configuration a été étudiée expérimentalement par A. Soudani (1996). La largeur de la fente du jet interne est  $e = 3\text{mm}$ , le nombre de Reynolds basé sur l'épaisseur de la couche limite est  $Re_\delta = 6000$ .

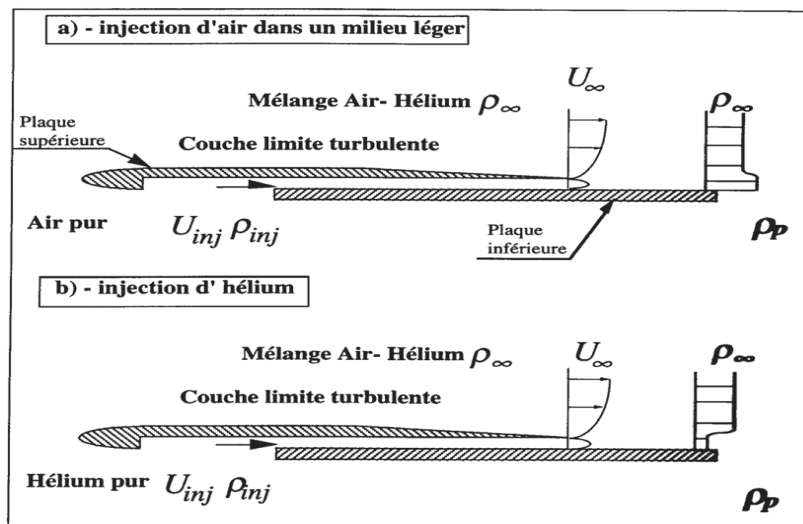


Figure III.1 : Principe de l'expérience [1].

## III.2 Conditions aux limites

Les types de frontières entourant le domaine de l'étude numérique sont présentés sur la figure (III.2). Les conditions aux limites sont imposées comme suit :

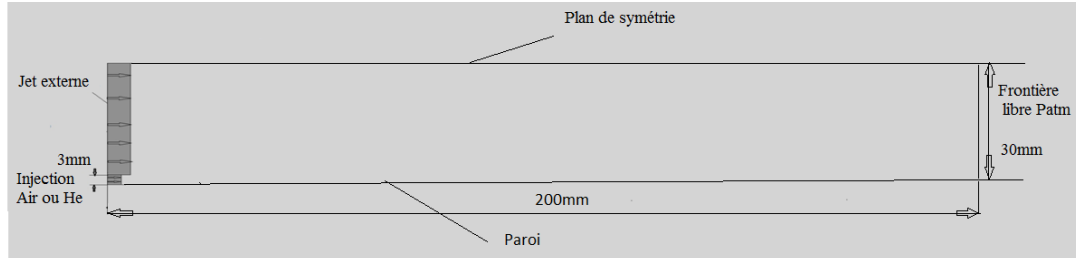


Figure III.2 : Frontières du domaine de calcul

### III.2.1 A l'entrée

- La vitesse du jet extérieur est  $U_\infty = 5.8m/s$ , avec une fraction massique  $C = 0$
- La vitesse d'injection des gaz (air & hélium) est  $U_{inj} = 2m/s$ , avec une fraction massique  $C = 1$ . Concernant le modèle LES, la composante de vitesse suivant la troisième direction,  $z$ , est prise égale à  $W=0$ . Des fluctuations de vitesse sont superposées aux valeurs moyennes  $U$ ,  $V$  et  $W$  en utilisant la méthode 'spectral synthesizer' Kraichnan (1970), et Smirnov et al. (2001). Dans cette approche les fluctuations de vitesse varient en fonction du temps et de la position à l'entrée de façon aléatoire. Cependant à chaque instant la divergence du vecteur des fluctuations de vitesse est nulle c'est-à-dire que l'équation de continuité est satisfaite.
- L'énergie cinétique turbulente :  $k = 1.5(IU)^2$  où  $I = 0.5\%$
- Le taux de dissipation :  $\epsilon = \frac{k^{1.5}}{l}$  où  $l$  représente la taille des grands tourbillons à l'entrée. Elle est exprimée dans le code Fluent en fonction de la longueur de mélange  $l_m$  comme :  $l = C_\mu^{-3/4} l_m$ .  $l_m$  est déterminée à partir du diamètre hydraulique  $D_H$ , prescrit à l'entrée.

$$l_m = 0.07D_H \quad \text{où} \quad D_H = 2e$$

- Les contraintes de Reynolds sont données par :  $\overline{u'_i u'_j} = \frac{2}{3} k \delta_{ij}$ . Les contraintes normales sont égales et les contraintes tangentielles sont nulles, ce qui signifie une turbulence isotrope à l'entrée.

### III.2.2 Au plan de symétrie

- La composante de vitesse perpendiculaire au plan de symétrie est imposée nulle  $V=0$  et la contrainte tangentielle de Reynolds  $\widetilde{uv} = 0$ .
- Pour toutes les autres variables dépendantes, les gradients suivant la normale au plan de symétrie sont nuls :  $\frac{\partial \phi}{\partial y} = 0$  où  $\phi$  représente les variables dépendantes régies par une équation de transport.

### III.2.3 A la paroi

- La condition de non-glissement est imposée à la paroi en conjonction avec la loi de paroi.

#### III.2.3.1 Traitement auprès de la paroi :

L'influence de la viscosité et l'influence de la présence de la paroi sur le mouvement, sont différentes par nature. Si le nombre de Reynolds devient assez faible, la viscosité affecte toutes les interactions turbulentes qui vont conduire à une déviation de l'hypothèse d'isotropie locale. Et la présence de la paroi impose une sélection d'étouffement de la fluctuation normale à la paroi, en causant une turbulence bidimensionnelle. En outre la paroi reflète des pulsations de pression qui vont affecter le processus de redistribution des contraintes de Reynolds.

Dans le code Ansys, l'effet de la viscosité proche de la paroi est complètement résolu tout au long de la sous couche visqueuse. L'approche des deux couches est une partie intégrale du traitement amélioré de la paroi. Elle est utilisée pour spécifier respectivement  $\epsilon$  et la viscosité turbulente dans les cellules proches de la paroi. Dans cette approche le domaine d'étude est divisé en deux régions: la région affectée par la viscosité et la région de l'écoulement turbulent. La frontière entre les deux zones est déterminée par sa distance à la paroi basée sur le nombre de Reynolds  $Re_y$  défini comme :

$$Re_y = \frac{\rho y \sqrt{k}}{\mu}$$

Où  $y$  est la distance normale à la paroi calculée au centre de la cellule.

Dans la région complètement turbulente  $Re_y > Re_y^*$ ,  $Re_y^* = 200$ , le modèle RSM est employé.

Dans la région affectée par la viscosité près de la paroi  $Re_y < Re_y^*$ , le modèle à une équation est employé, et l'équation de quantité de mouvement, et l'équation de  $k$  comme elles sont décrites dans le modèle des contraintes de Reynolds seront retenus. Cependant, la viscosité turbulente  $\mu_t$  est calculée à partir de:

$$\mu_{t,2layer} = \rho C_\mu l_\mu \sqrt{k} \quad (3.1)$$

Où l'échelle de longueur dans cette équation est calculée comme suit :

$$l_\mu = y C_l^* (1 - e^{-Re_y/A_\mu}) \quad (3.2)$$

La formulation de deux couches pour la viscosité turbulente, comme il est décrit ci-dessus, est utilisée comme une partie du traitement amélioré près de la paroi. Cette définition est combinée avec la définition de  $\mu_t$  dans la région extérieure où le nombre de Reynolds est important.

$$\mu_{t,enh} = \lambda_\epsilon \mu_t + (1 - \lambda_\epsilon) \mu_{t,2layer} \quad (3.3)$$

Où  $\mu_t$  est la définition de la viscosité turbulente dans la région extérieure où le nombre de Reynolds est important comme il est décrit dans le modèle RSM. La fonction du mélange,  $\lambda_\epsilon$  est défini de la même manière. Elle est égale à l'unité loin de la paroi et zéro très proche de la paroi. La fonction du mélange a la forme suivante :

$$\lambda_\epsilon = \frac{1}{2} \left[ 1 + \tanh \left( \frac{Re_y - Re_y^*}{A} \right) \right] \quad (3.4)$$

La constante A détermine la largeur de la fonction du mélange. En définissant la largeur de tel sorte que la valeur de  $\lambda_\epsilon$  sera aux environs de 1% de sa valeur loin de la paroi ce qui donne une variation de  $\Delta Re_y$ , le résultat est :

$$A = \frac{|\Delta Re_y|}{\operatorname{artanh}(0.98)} \quad (3.5)$$

Typiquement, la valeur attribuée à  $\Delta Re_y$  est entre 5% et 20% de  $Re_y^*$ . Le but principal de la fonction du mélange  $\lambda_\epsilon$  est d'empêcher la convergence de la solution d'être entravée quand la valeur de  $\mu_t$  obtenue dans la couche externe, ne correspond pas avec la valeur de  $\mu_t$  définie par le modèle de Wolfstein au niveau du bord de la région affectée par la viscosité.

- Le champ de  $\epsilon$  dans la région affectée par la viscosité est calculé à partir de :

$$\epsilon = \frac{k^{3/2}}{l_\epsilon} \quad (3.6)$$

- L'échelle de longueur donnée dans l'équation (3.6) est calculée par :

$$l_\epsilon = y C_l^* (1 - e^{-Re_y/A_\epsilon}) \quad (3.7)$$

Si le domaine du calcul entier est inclut de la région affectée par la viscosité ( $Re_y < 200$ ), dans ce cas la dissipation  $\epsilon$  ne peut pas être obtenu directement à partir de de l'équation de transport. Elle est déterminée algébriquement à partir de l'équation (3.6). Ansys fluent utilise la même procédure lors du calcul de la viscosité turbulente  $\mu_t$  pour calculer  $\epsilon$ , et ceci pour assurer une transition régulière entre  $\epsilon$  spécifié algébriquement dans la région interne et celle obtenu à partir de l'équation de transport dans la région externe.

Les constantes données dans les équations (3.2) et (3.7), sont calculées comme suit:

$$C_l^* = \kappa C_\mu^{-3/4}, \quad A_\mu = 70, \quad A_\epsilon = 2 C_l^*$$

### III.2.3.2 Traitement amélioré pour l'équation de la quantité de mouvement et celle de la fraction massique

Pour Avoir une méthode qu'on peut élargir son application à travers la région près de paroi (sous couche visqueuse, région tampon et la région externe de l'écoulement turbulent) : il est nécessaire de formuler une loi qui peut englober la région entière de la paroi. Ansys atteint ce but par une combinaison linéaire des lois de la région laminaire, logarithmique et la région turbulente en utilisant la fonction proposée par Kader (1981):

$$u^+ = e^r u_{lam}^+ + e^{1/r} u_{turb}^+ \quad (3.8)$$

Où la fonction de mélange est donnée par:

$$\Gamma = \frac{a(y^+)^4}{1+by^+} \quad (3.9)$$

avec :  $a = 0.01$  et  $b = 5$ .

De la même façon, l'équation générale pour les dérivés  $\frac{du^+}{dy^+}$  est :

$$\frac{du^+}{dy^+} = e^r \frac{du_{lam}^+}{dy^+} + e^{1/r} \frac{du_{turb}^+}{dy^+} \quad (3.10)$$

Cette approche permet de modifier facilement la loi de turbulence et de l'élargir pour mettre en considération d'autres effets comme le gradient de pression et d'autres propriétés des variables d'étude. Cette formule garantit encore un comportement asymptotique correct pour les grandes et les petites valeurs de  $y^+$  et elle garantit aussi une représentation raisonnable du profil de vitesse dans le cas où la valeur de  $y^+$  chute dans la région tampon ( $3 < y^+ < 10$ ).

Les fonctions améliorées de la paroi ont été développées par une combinaison régulière de la formulation de la couche logarithmique et la formulation laminaire. La loi améliorée de la région turbulente en présence d'un gradient de pression est donnée par :

$$\frac{du_{turb}^+}{dy^+} = \frac{1}{\kappa y^+} [S']^{1/2} \quad (3.11)$$

Où

$$S' = \begin{cases} 1 + \alpha y^+ & \text{pour } y^+ < y_s^+ \\ 1 + \alpha y_s^+ & \text{pour } y^+ > y_s^+ \end{cases} \quad (3.12)$$

et

$$\alpha \equiv \frac{v_w}{\tau_w u^*} \frac{dp}{dx} = \frac{\mu}{\rho^2 (u^*)^3} \frac{dp}{dx}$$

Où  $y_s^+$  est la position du quelle la pente de la loi logarithmique est fixée. Par défaut  $y_s^+$  est égal à 60. Le coefficient  $\alpha$  représente l'influence des gradients de pression. L'équation précédente est une équation différentielle et Ansys va fournir une solution analytique appropriée.

La loi de la paroi laminaire est déterminée par l'expression suivante :

$$\frac{du_{lam}^+}{dy^+} = 1 + \alpha y^+ \quad (3.13)$$

L'intégration de l'équation (3.13) donne:

$$u_{lam}^+ = y^+ \left( 1 + \frac{\alpha}{2} y^+ \right) \quad (3.14)$$

Les fonctions améliorées de la paroi suivent la même approche développée pour le profil de  $C^+$ . La formulation de la fraction massique unifiée combine les profils laminaires et logarithmiques.

$$C^+ = \frac{(C_w - C_p) \rho u_T}{j_w} = e^{\Gamma} C_{lam}^+ + e^{1/\Gamma} C_{turb}^+ \quad (3.15)$$

Où la notation  $t j_w$  est la même que dans la fonction standard de la paroi pour la fraction massique. En plus, le facteur de mélange  $\Gamma$  est présenté comme suit :

$$\Gamma = \frac{a(S_c y^+)^4}{1 + b S_c^3 y^+} \quad (3.16)$$

avec  $S_c$  est le nombre moléculaire de Shmith , et les coefficients  $a$  et  $b$  sont présentés ci-dessus.

Autre que la formulation pour  $C^+$  dans l'équation (3.15), la fonction améliorée de la paroi pour la fraction massique suit la même logique que la fonction standard de la paroi. Par conséquent la définition de la fonction de la fraction massique de la paroi pour les deux régions turbulente et laminaire est donnée par:

$$C_{lam}^+ = S_c \left( y^+ + \frac{\rho u_*}{2j_w} u_p^2 \right) \quad (3.17)$$

$$C^+_{lurb} = Sc_t \left\{ u^+_{lurb} + P \frac{\rho u_*}{2j_w} \left[ u_p^2 - \left( \frac{Sc}{Sc_t} - 1 \right) (u^+_c)^2 (u^*)^2 \right] \right\} \quad (3.18)$$

Où la quantité  $u^+_c$  est la valeur de  $u^+$  au "croisement" fictif entre la région laminaire et turbulente. La fonction  $P$  est définie de la même manière que les fonctions standards.

Les conditions aux limites pour l'énergie cinétique turbulente sont similaires à celles utilisées avec la fonction standard de la paroi. Cependant, la production de l'énergie cinétique turbulente,  $P_k$  est calculée en utilisant les gradients de vitesse qui sont cohérents avec les lois améliorées de la paroi assurant une formulation qui est valide à travers la région proche de la paroi, voir les équations (3.8) et (3.10).

Les contraintes de Reynolds et le taux de dissipation  $\epsilon_p$  près de la paroi sont calculés explicitement par le code de calcul Ansys Fluent.

$$\frac{\overline{u_\tau^2}}{k_p} = 1.098 ; \frac{\overline{u_n^2}}{k_p} = 0.247 ; \frac{\overline{u_\gamma^2}}{k_p} = 0.655 ; -\frac{\overline{u_\tau u_n}}{k_p} = 0.255 ; \quad \epsilon_p = \frac{C_\mu^{3/4} k_p^{3/2}}{\kappa y_p}$$

$\tau$  est la direction tangentielle à la paroi,  $n$  est la direction normale à la paroi et  $\gamma$  est la direction transversale.

$k_p$  est l'énergie cinétique au point  $p$ . Elle est obtenue de l'équation de transport près de la paroi. Sa condition aux limites près de la paroi est  $\frac{\partial \phi}{\partial n} = 0$ .

### III.2.4 Frontière libre

La frontière libre est une frontière d'entraînement libre de fluide où la pression est maintenue constante et égale à la pression atmosphérique. La pression étant connue à cette frontière. C'est la vitesse qui y est calculée à partir de l'équation de continuité appliquée localement à la cellule adjacente à la frontière.

### III.2.5 Frontière avant et arrière

Quand le modèle LES est utilisé, au niveau des frontières opposées, avant et arrière de la direction transversale  $z$  du domaine 3D, la condition de périodicité est appliquée.



### III.3 La méthode numérique adoptée dans Ansys- Fluent

Pour déterminer le champ de la variable dépendante  $\phi$  dans un domaine d'étude, Ansys utilise la méthode des volumes finis. Les étapes à suivre sont essentiellement :

- Bien définir le domaine d'étude et le décomposer en de petit domaines appelés volume finis.
- Intégrer l'équation de transport sur chaque volume fini en obtenant ainsi une équation de bilan (taux d'accumulation de  $\phi$  dans le volume = Flux entrant net de  $\phi$  à travers les faces du volume+taux de production net de  $\phi$  dans le volume)
- Discrétisé les différents termes de la forme intégrée de l'équation de transport (transformer les équations différentielles ponctuelles en un système d'équations algébrique)
- Incorporer les conditions initiales et aux limites appropriées.
- Résoudre le système algébrique final par une méthode de résolution (itérative ou semi- itérative ou directe) pour obtenir un champ approché de  $\phi$  dans des points discrets du domaine considéré.

Un avantage attrayant de la méthode des volumes finis est qu'elle satisfait exactement le bilan intégral de  $\phi$  sur chaque volume fini et donc sur tout le domaine même si un maillage grossier est utilisé.

#### III.3.1 Algorithme simple

L'algorithme simple (Semi-Implicit Method for Pressure-Linked Equations) est une méthode itérative qui permet le calcul des vitesses et de la pression. Après convergence de la solution, les champs de vitesse et de pression doivent satisfaire simultanément l'équation de continuité et les équations de quantité de mouvement.

La séquence des opérations essentielles constituant l'algorithme simple est la suivante :

1. Deviner un champ de pression  $P^*$
2. Résoudre les équations de quantité de mouvement pour obtenir les vitesses  $U^*$  et  $V^*$
3. Résoudre l'équation de correction de pression  $P'$ .
4. Corriger la pression  $P = P^* + P'$ .
5. Corrigé les vitesses.

6. Résoudre les équations discrétisées des autres variables dépendantes (telle que la température, la fraction massique d'espèce ou les paramètres de turbulence). Si une variable n'influe pas sur les champs de vitesse et de pression, il est préférable de la calculer après convergence de la solution de l'écoulement.
7. Considérer la pression corrigée comme la nouvelle valeur estimée de la pression.
8. Retourner à l'étape 2 et répéter toute la procédure complète jusqu'à atteindre la convergence de la solution.

### III.3.2 Critères de convergence

On peut baser le test de convergence sur la différence des valeurs des variables calculées à la fin de deux itérations successives et en chaque nœud du maillage :

$$|\phi_{ij}^{n+1} - \phi_{ij}^n| < \epsilon, \quad \epsilon \text{ Un petit nombre}$$

Parfois, ce critère peut nous induire en erreur. Par exemple dans le cas où une forte sous-relaxation est utilisée, le changement des valeurs des variables est très ralenti donnant l'impression que la convergence est atteinte. Un critère plus rigoureux est basé sur le contrôle du résidu.

$$R_\phi = \sum a_{vs\phi} \phi_{ks} + b - a_p \phi_p$$

En effet quand  $|R_\phi| \rightarrow 0$  pour toutes les variables à déterminer, cela signifie que l'ensemble des champs des quantités  $\phi$  obtenus satisfont toutes les équations et donc représentent la solution finale convergente.

Généralement, les résidus sont normalisés pour donner l'erreur relative. Ils sont divisés par un flux global de  $\phi$  à l'entrée par exemple.

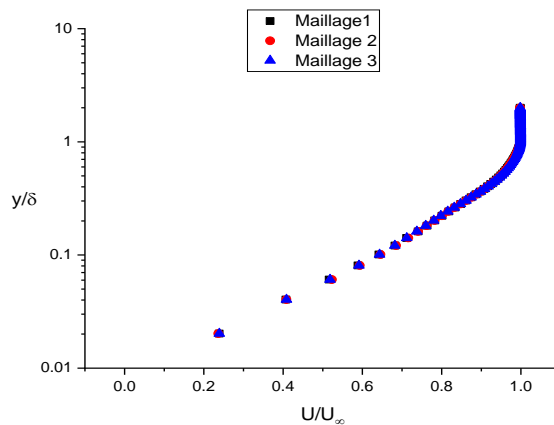
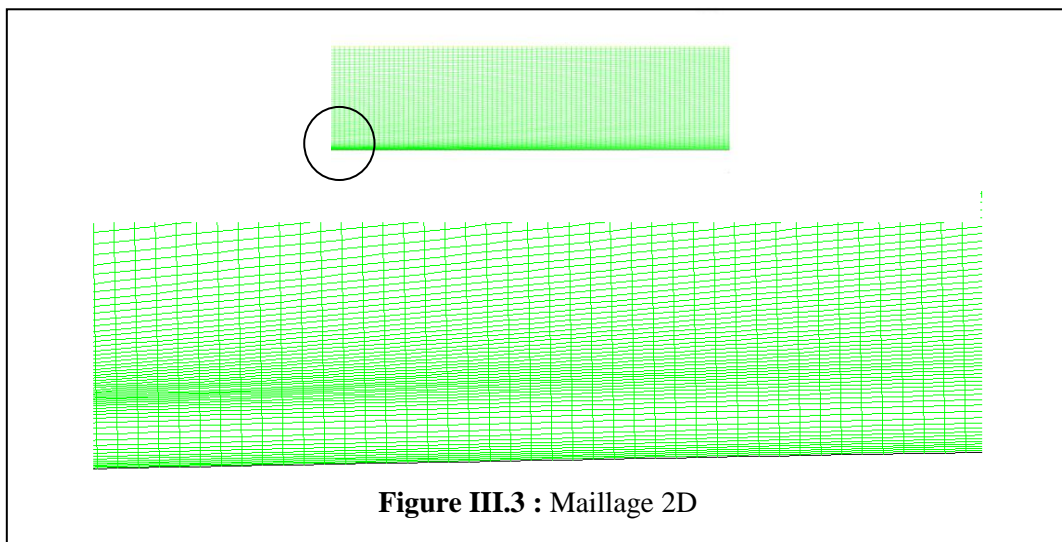
### III.3.3 Sous relaxation

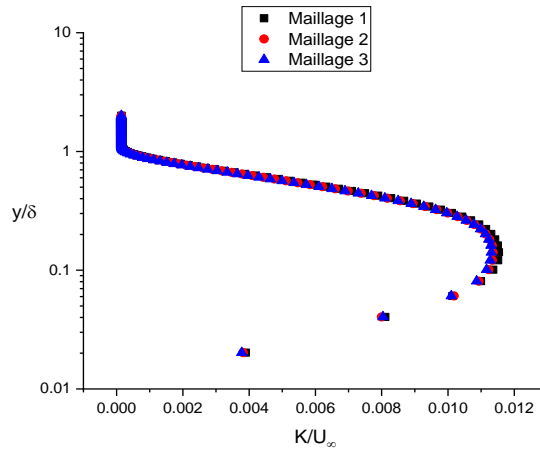
Les équations non-linéaires considérées sont résolues de manière itérative par une méthode ligne par ligne. Il est souvent utile de procéder à une sous-relaxation, donc du ralentissement du taux de convergence pour éviter une divergence lors du calcul itératif des équations non-linéaire.

## III.4 Maillage

Pour avoir un maillage de meilleure qualité, un raffinement du maillage a été effectué dans deux zones. La première zone est au niveau de la couche de mélange entre le jet externe et le jet pariétal, et la deuxième est près de la paroi. La première ligne est loin

de la paroi d'une distance de 0.07mm voir figure (III.3). L'étude de l'effet du maillage sur la solution consiste à comparer des résultats numériques en utilisant différents nombres de nœuds. La figure (III.4) montre des profils de vitesse et d'énergie cinétique turbulente obtenus pour différents maillages. Les trois maillages 1,2 et 3 ayant respectivement, 10400, 11600, 14000 nœuds sont considérés dans cette étude. Ils correspondent à 6,12 et 24 nœud répartis sur la distance  $e$  au niveau de l'entrée du jet interne. On remarque que l'énergie cinétique turbulente  $k$  est plus sensible aux maillages que la grandeur de vitesse. En se référant aux profils de vitesses, des solutions sont presque identiques. Par contre seulement les maillages 2 et 3 qui donnent des profils de  $k$  similaires. Par conséquent, le maillage 2 a été retenu pour mener le reste des calculs.



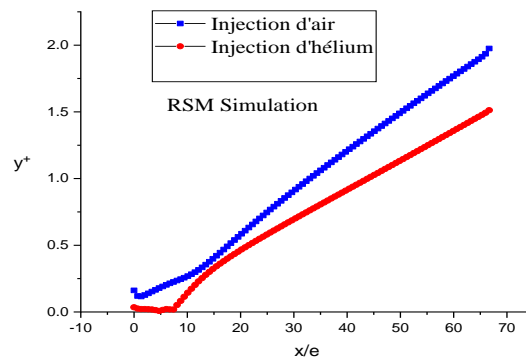


**Figure III.4** : Effet du maillage

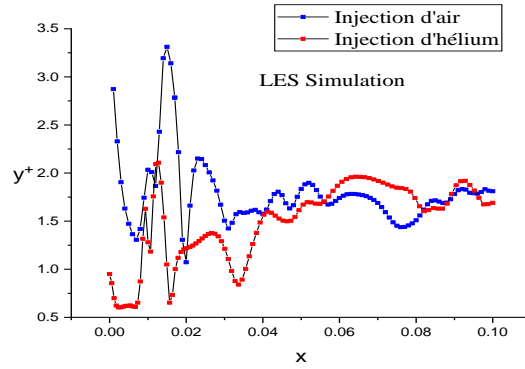
### III.5 Calcul préliminaire

#### III.5.1 $y^+$ le long de la paroi

Les figures (III.5) et (III.6) montrent la distribution de  $y^+$  le long de la paroi. La distribution est donnée par le model RSM  $y^+$  est compris entre 0.2 et 2. Ces valeurs sont suffisamment petites pour capter la couche limite interne du jet pariétal.



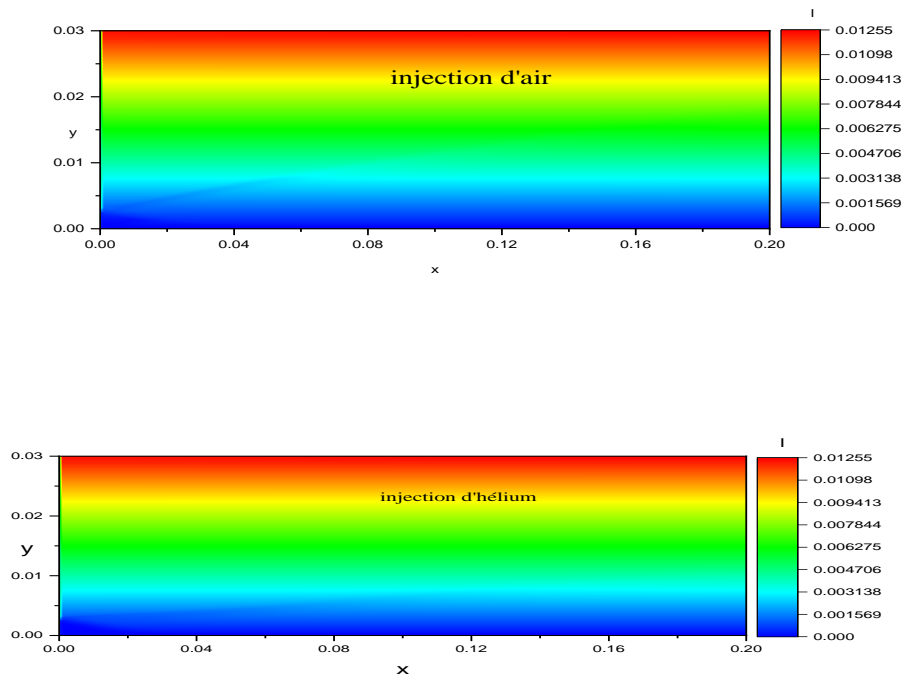
**Figure III.5** : Distribution de  $y^+$  le long de la paroi cas de la simulation RSM



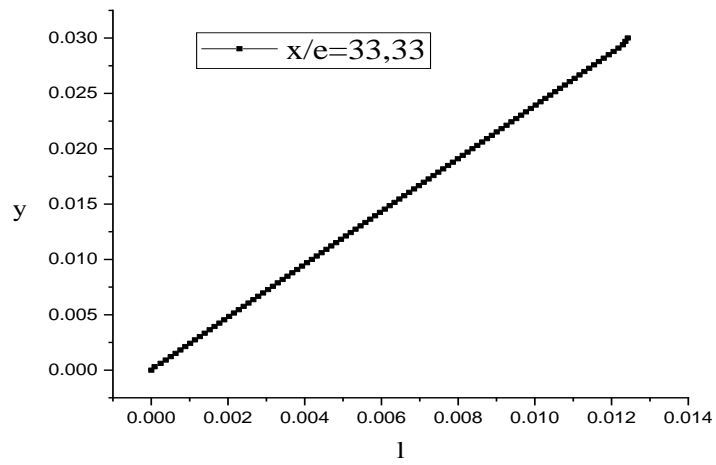
**Figure III.6 :** Distribution de  $y^+$  le long de la paroi cas de la simulation LES

### III.5.2 Echelle de turbulence

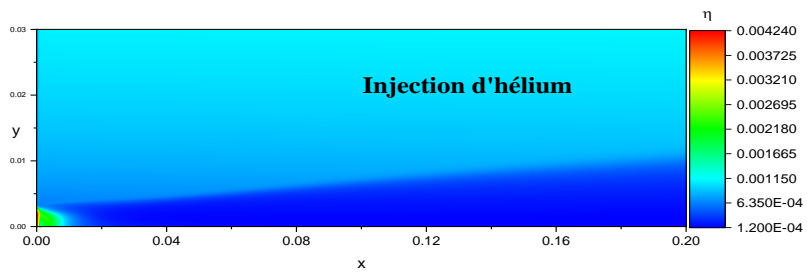
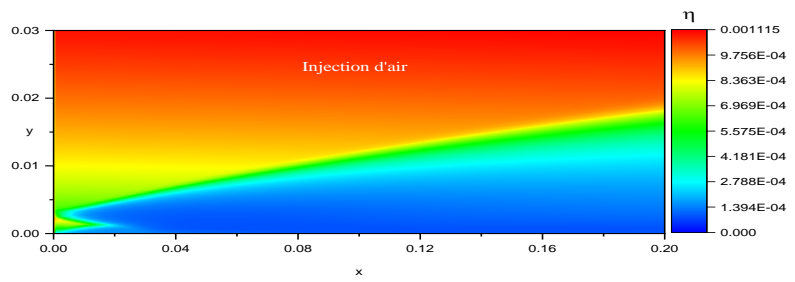
Les figures (III.7) et (III.9) montrent le contour de l'échelle des grands tourbillons et l'échelle de Kolmogorov données respectivement par l'expression  $l = \frac{k^2}{\epsilon}$  et  $\eta = \left(\frac{\nu^3}{\epsilon}\right)^{\frac{1}{4}}$  et estimés par le modèle RSM.



**Figure III.7 :** Echelle des grands tourbillons



**Figure III.8 :** Variation de la taille des grands tourbillons selon  $y$



**Figure III.9 :** Echelle de Kolmogorov

### III.6 Maillage en 3D

Pour la simulation de l'écoulement tridimensionnel et instationnaire du jet pariétal, le maillage 2 D, figure (III.2) a été extrudé dans la troisième direction sur une distance  $L_Z$  entre les deux frontières périodiques avant et arrière, avec un pas constant. La distance  $L_Z$  et le pas doivent satisfaire les conditions par rapport aux échelles des grands tourbillons et celles de Kolmogorov. Par un calcul préliminaire avec le modèle des contraintes de Reynolds RSM et avec le maillage 2 D de la figure(III.2), une estimation des échelles des grands tourbillons et de l'échelle de Kolmogorov est donnée respectivement par les deux expressions  $l = \frac{k^{\frac{3}{2}}}{\epsilon}$  et  $\eta = \left(\frac{\nu^3}{\epsilon}\right)^{\frac{1}{4}}$ . D'après leurs contours présentés dans les figures (III.7) et (III.9), la taille des grands tourbillons est de 1mm et l'échelle de Kolmogorov est de 0.1mm dans la région proche de la paroi. Puis ces tailles augmentent d'une façon linéaire [77], jusqu' à atteindre respectivement les valeurs de 12.5mm et 1mm dans la zone externe du jet.

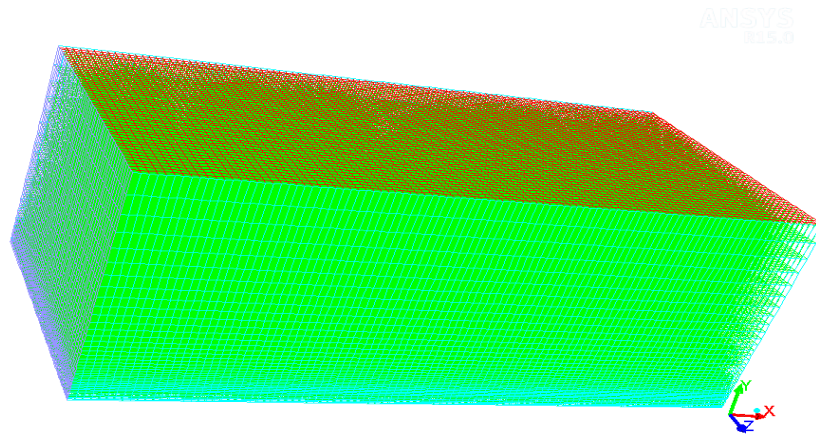
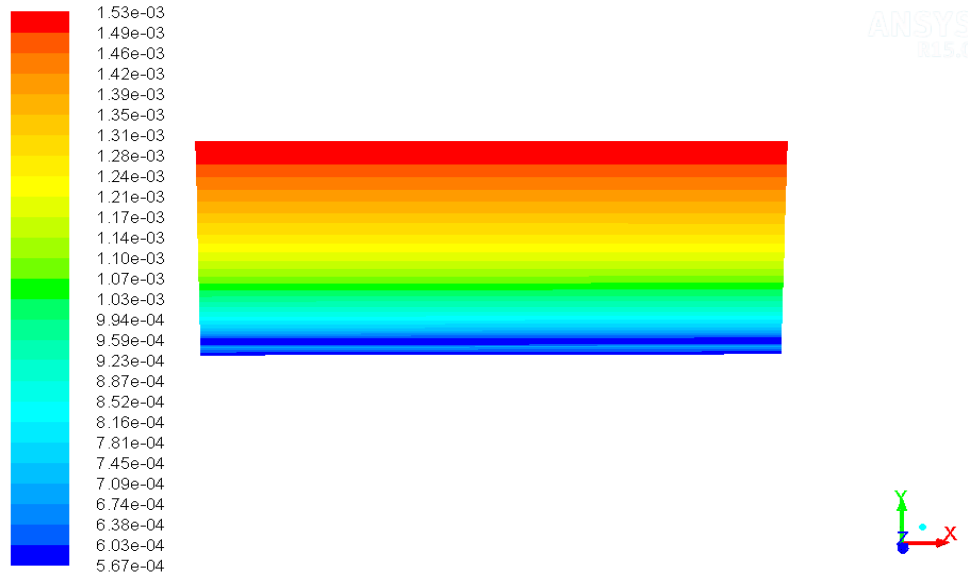


Figure III.10: Maillage 3D

La taille du filtre  $\Delta \equiv \sqrt[3]{\Delta x \Delta y \Delta z}$  est entre 0.6mm et 1.5mm qui correspond respectivement à la région entre la paroi et la frontière libre, c'est-à-dire entre  $6\eta$  et  $15\eta$ , ce qui n'est pas très loin de la valeur donné par Hadziabdic et Hanjalic [78] (2008) qui recommandent un  $\Delta = 12\eta$ . La largeur du domaine suivant la troisième direction, entre les deux surfaces périodiques est  $L_Z = 50mm$ ,  $L_Z > 2l$  valeur recommandée par Versteeg et Malalaskra [79].

Le nombre de nœuds du maillage 3D du domaine d'étude est 226644. Les calculs ont été effectués sur un PC avec un processeur Intel Core (TM) i7-2700K CPU 3.50 GHz, RAM 8.00 Go.



**Figure III.11 :** Taille du filtre

### III.7 Incrément de temps d'intégration

L'incrément de temps utilisé est de  $5e^{-05}$ s. Il représente une fraction d'environ un millième le temps de séjour d'une particule traversant le domaine d'étude, avec une vitesse de référence de 2m/s. Cette valeur est de l'ordre de 1/100 de la période de passage des vortex par un point donné dans la zone de cisaillement du jet qui est bien inférieure à la valeur limite recommandée par Ansys-Fluent.



# Chapitre IV

## Résultats et Discussions

### IV.1 Introduction

Dans ce chapitre on va présenter l'ensemble des résultats numériques obtenus dans un jet pariétal turbulent à densité variable. Les résultats sont donnés en trois parties. La première partie est consacrée à la comparaison de la performance de deux modèles de turbulence, le modèle RSM et le modèle LES. La deuxième partie est dédiée aux phénomènes instantanés et moyens obtenus par la méthode LES, en présentant l'influence de la densité variable sur le comportement global du jet pariétal, et sur la turbulence. La troisième partie s'intéresse à la turbulence fine avec des corrélations d'ordre trois et quatre en étudiant le facteur de dissymétrie et d'aplatissement.

### IV.2 Champs moyen (RSM)

#### IV.2.1 Vitesse

D'après la figure IV.1 on remarque que les profils de vitesses ne sont que très peu affectés par la nature du gaz injecté. Cependant, l'injection d'hélium donne lieu à des vitesses moyennes légèrement supérieures près de la paroi.

Dans le cas d'injection de l'hélium, le fluide situé sur le bord du jet interne est donc fortement accéléré par le fluide lourd du jet externe. Corrélativement, par conservation de la quantité de mouvement, le jet interne proche de la paroi est décéléré voir figures (IV.2) et (IV.3) respectivement du contour et des vecteurs de vitesse. L'entraînement crée une dépression du fluide interne qui mesure sa force avec la pression dynamique  $\frac{1}{2}\rho_i U^2$  du jet interne. Lorsque la dépression est suffisamment grande une zone de recirculation proche de la paroi s'installe. Mais le fluide lourd situé sur le bord de la couche de mélange est légèrement décéléré en comparaison avec le cas d'injection d'air lourd. Ce qui explique pourquoi la vitesse moyenne devienne légèrement supérieure près de la paroi dans le cas d'injection d'hélium.

Les résultats numériques obtenus sont en grande partie en bon accord avec les données expérimentales. Cependant les valeurs numériques sont légèrement supérieures près de la paroi à cause des conditions initiales qui ne sont pas les mêmes dans les deux cas d'étude, voir figure (IV. 4).

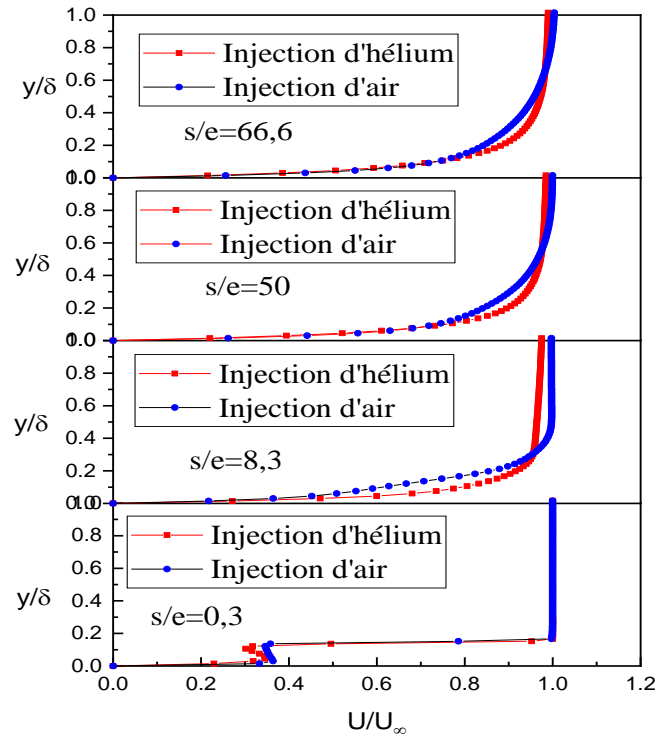


Figure IV.1 : Profils moyens de la vitesse en différentes stations

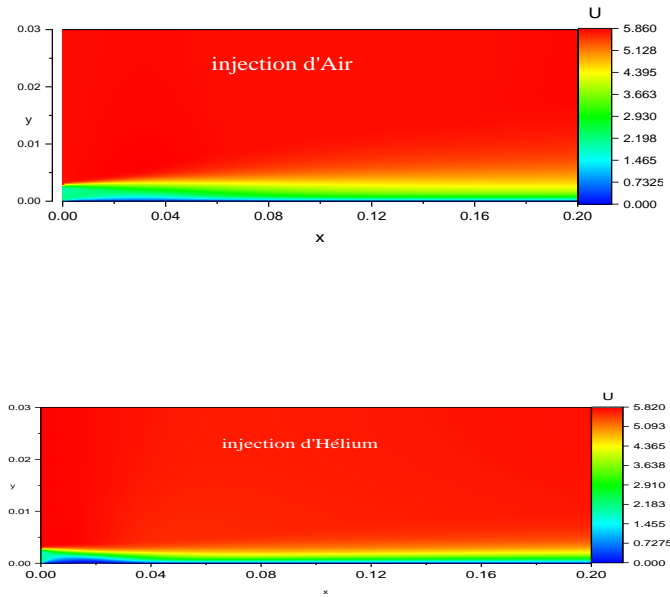
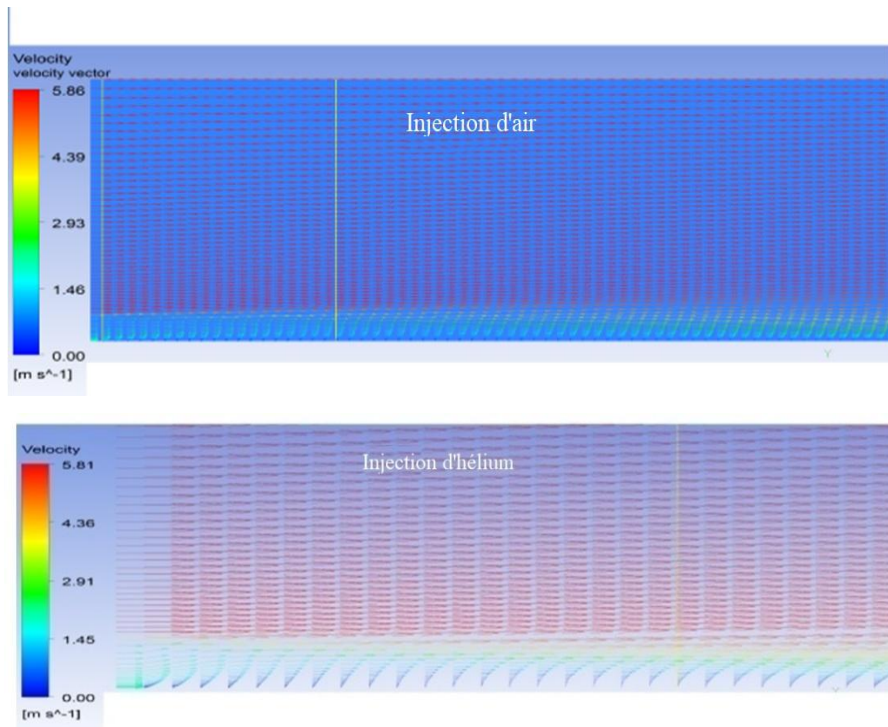
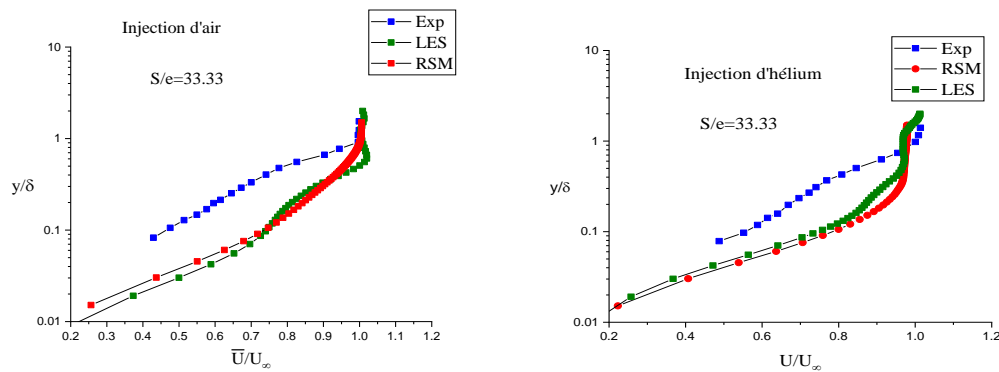


Figure IV.2 : Contours de la vitesse



**Figure IV.3** Vecteurs de la vitesse



**Figure IV.4 :** Comparaison entre les résultats numériques et expérimentaux de la vitesse

### IV.2.2 La masse volumique

L'évolution des profils de densité présentés sur les figures (IV.5) et (IV.6) mettent en évidence une dilution très rapide et de très forts gradients de densité dans la zone initiale de l'écoulement. Dans la zone du régime développé, ces gradients atteignent un comportement asymptotique, pour lequel le rapport de densité évolue lentement dans la direction axiale et tend vers une valeur de l'ordre de 0.8, pour une injection d'hélium.

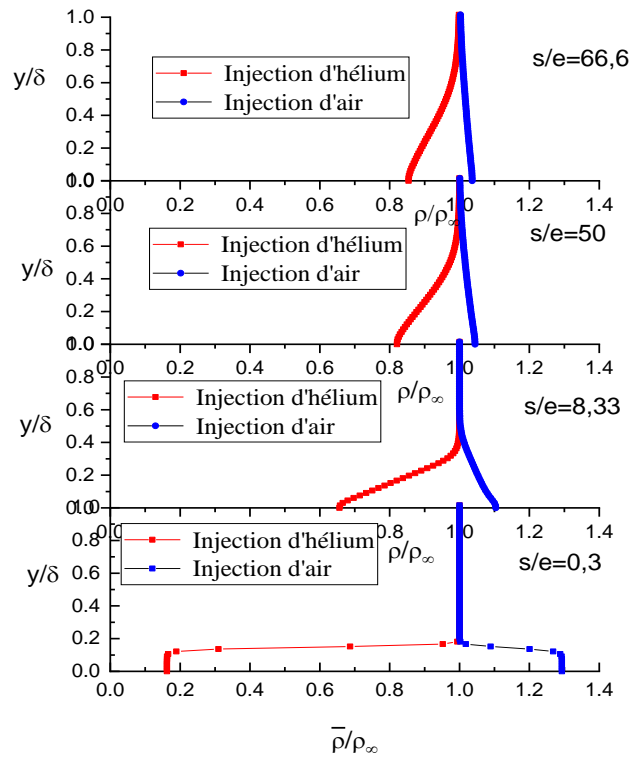


Figure IV.5 : Profils moyens de la densité en différentes stations

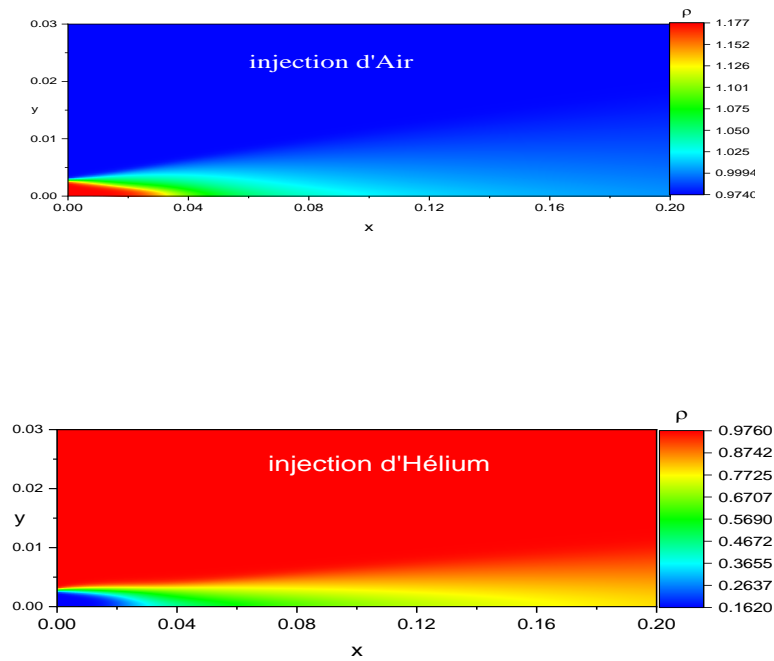
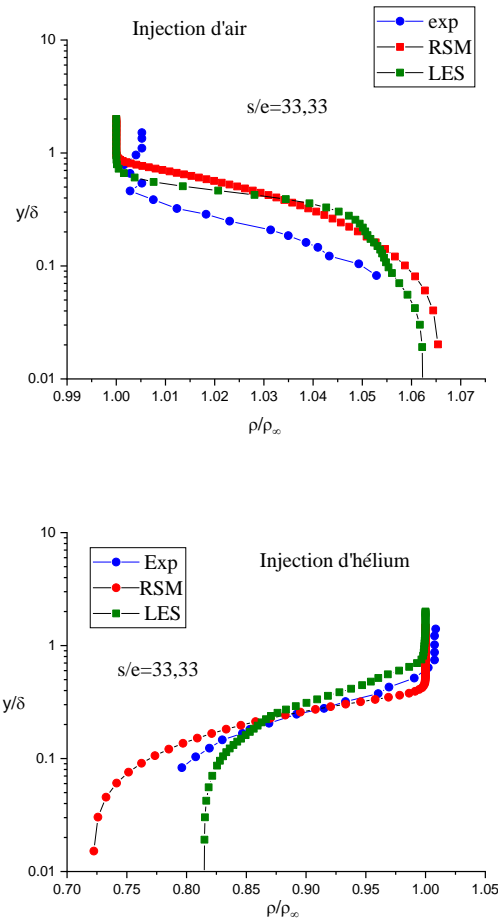


Figure IV.6: Contours de densité

La figure (IV.7) montre que le profil numérique de la densité est globalement en bon accord avec celui de l'expérimental, avec une dilution et un mélange mieux dans le cas d'injection d'hélium.

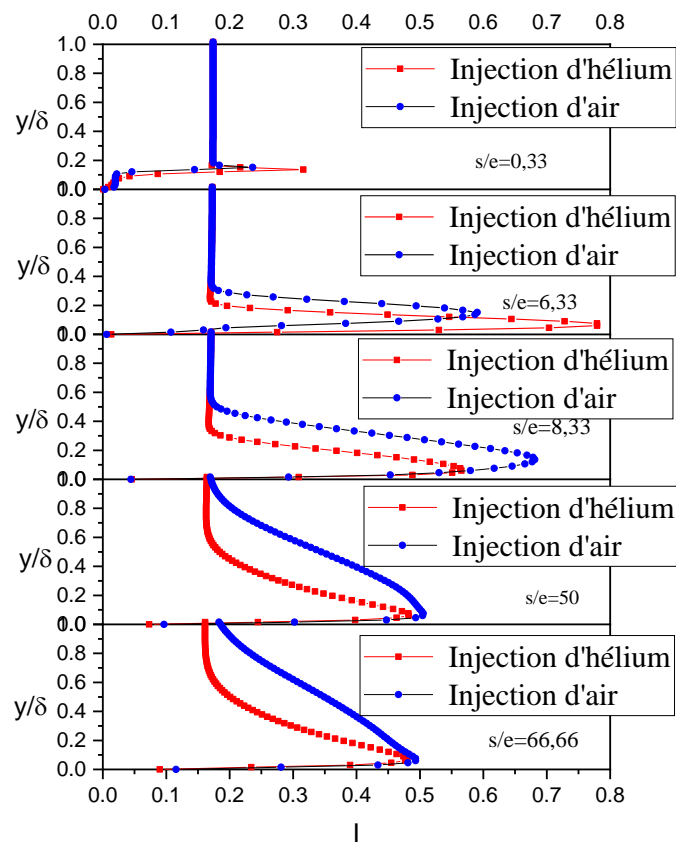


**Figure IV.7 :** Comparaison entre le profil numérique et expérimental de la densité

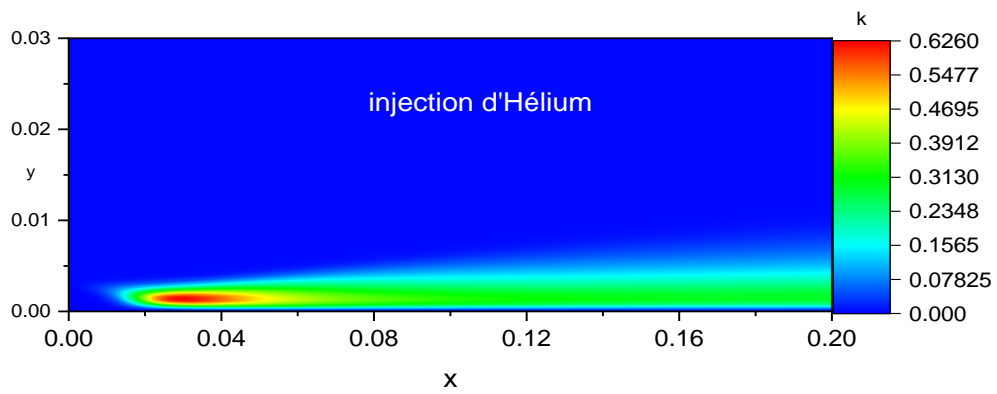
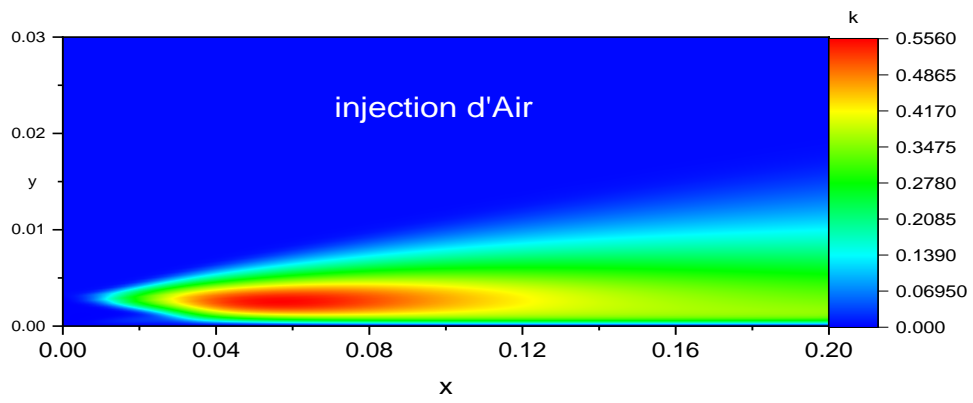
### V.2.3 Turbulence

Les profils de l'intensité de la turbulence  $I = \sqrt{\frac{2}{3}k}$  présentés sur les figures (IV.8) montrent que, dans la région proche de la paroi, l'intensité turbulente est renforcée par l'injection d'hélium. Le niveau de fluctuation de la vitesse, pour  $y/\delta < 0.2$ , croit beaucoup plus vite pendant le développement de l'écoulement pour une injection d'hélium que pour l'injection d'air. En effet, Soudani trouve la même tendance dans son expérience. Cela est confirmé dans les figures (IV.8), (IV.9), (IV.10) et IV.11).

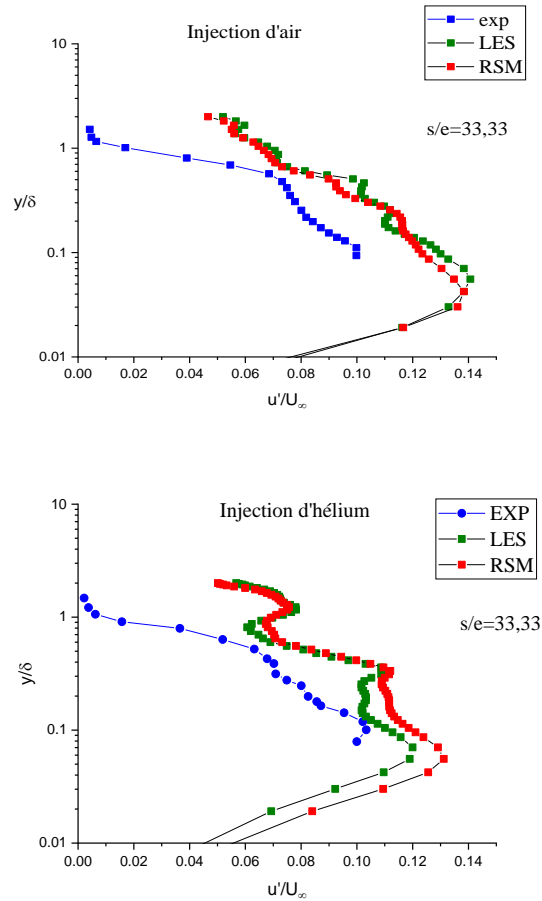
L'intensité de la fluctuation de vitesse longitudinale  $\frac{u''}{U_\infty} \cong 10\%$  (Shlichting) [80] est : en bon accord avec le résultat expérimental. Les valeurs numériques atteignent les valeurs de 13% pour l'air et de 14% pour l'hélium au point  $y/\delta \cong 0.2$ . Loin de la paroi où l'écoulement moyen est uniforme la valeur numérique de l'intensité est de 4% et 0.5% respectivement pour une simulation numérique et l'expérience, on remarque une légère surestimation de la turbulence voir figure (IV.10).



**Figure IV.8 :** Profils de l'intensité de la turbulence en différentes stations



**Figure IV.9 :** Contours de l'énergie cinétique turbulente  $k$



**Figure IV.10** : Comparaison du profil numérique et expérimental de la fluctuation longitudinale de la vitesse

#### IV.2.3.2 Energie cinétique turbulente

On remarque que l'énergie cinétique turbulente subit une augmentation dans la zone de recirculation puis elle décroît au fur et à mesure qu'on se déplace en aval le long de la direction de l'écoulement. Elle présente une valeur importante près de la paroi puis elle diminue progressivement quand on s'éloigne de cette dernière jusqu'à ce qu'elle s'annule dans la zone où l'écoulement moyen est uniforme. Les valeurs importantes de l'énergie cinétique turbulente près de la paroi correspondent au gradient de vitesse très élevé dans cette région du jet, où le taux de production de la turbulence est maximal.



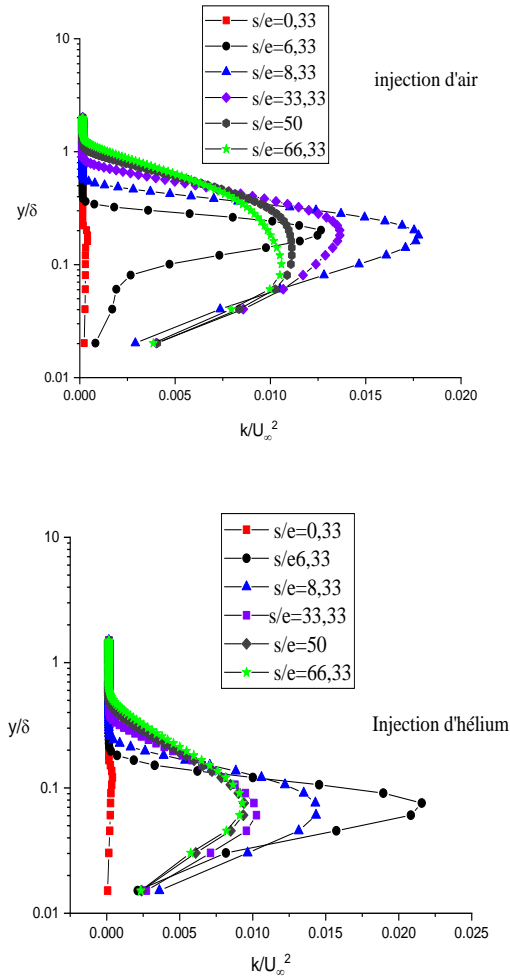
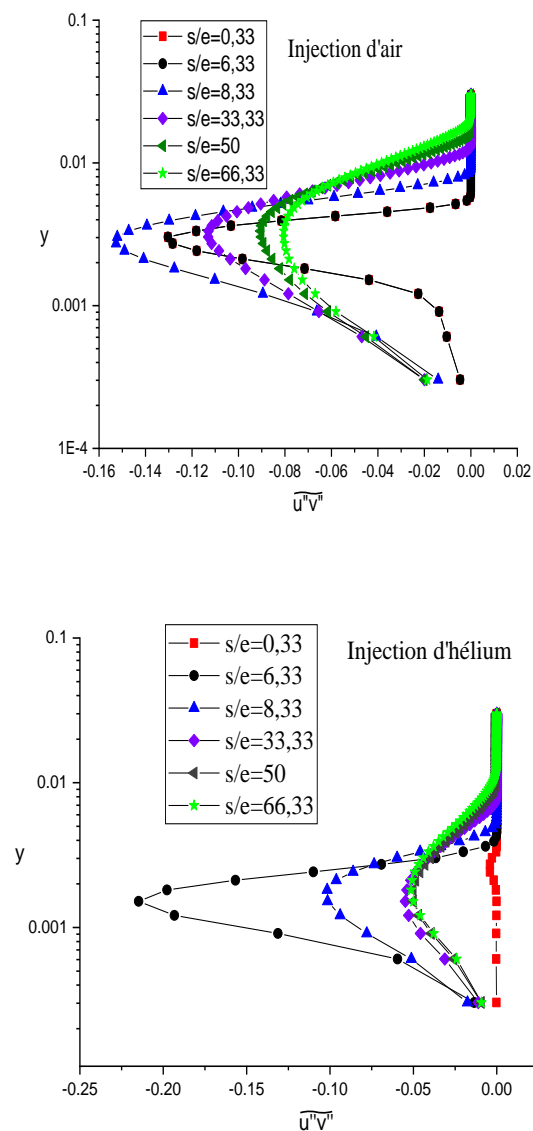


Figure IV.11 : Profils de l'énergie cinétique turbulente en différentes stations

#### IV.2.3.3 La contrainte tangentielle $\overline{u''v''}$ en différentes stations

La figure (IV.12) montre que  $\overline{u''v''}$  est négative en présence de  $\frac{\partial U}{\partial y} > 0$  proche de la paroi. La fluctuation positive  $v''$  corrélée avec la fluctuation négative  $u''$  nous donne une explication phénoménologique et nous permet de comprendre pourquoi la contrainte tangentielle turbulente prend une valeur négative dans l'écoulement de cisaillement parallèle à la paroi.



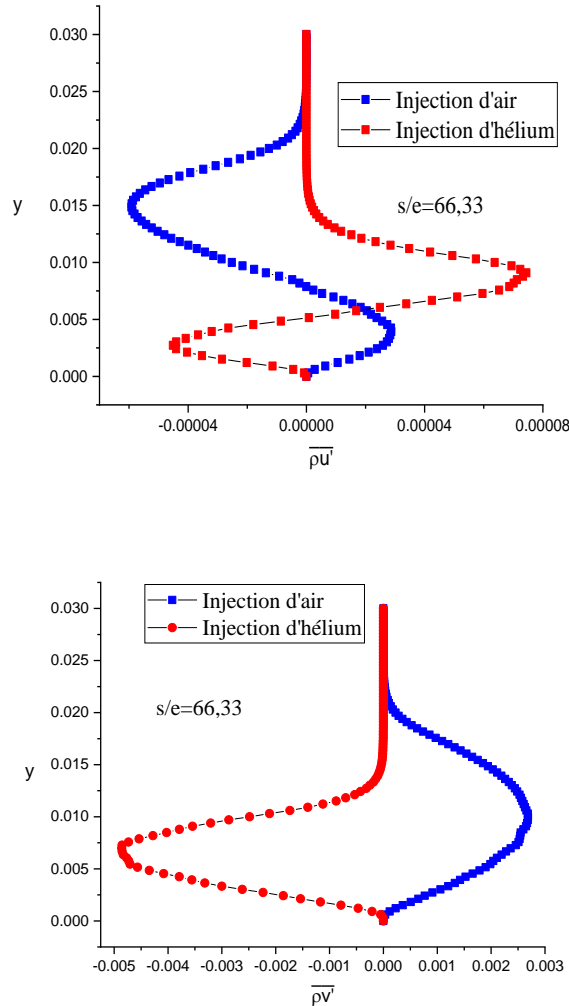
**Figure IV.12 :** Profils de la contrainte tangentielle en différentes stations

#### IV.2.3.4 Les corrélations de la fluctuation la masse volumique – vitesse

La corrélation densité-vitesse est une variable très importante pour comprendre l'effet de la variation de densité et le comportement de la structure de la turbulence dans la couche limite. Dans cette étude on utilise l'expression généralisée de la corrélation densité-vitesse donnée sous forme de gradient de diffusion  $\overline{\rho u_i} = -D_t \frac{\partial \bar{\rho}}{\partial x_i}$ .

Dans le cas d'injection d'air  $\rho v'$  est négative puisque on a  $\frac{\partial U}{\partial y} > 0$  et  $\frac{\partial \rho}{\partial y} < 0$ . Ceci explique un mouvement interne ( $v' < 0$ ) d'une parcelle de fluide léger ( $\rho < 0$ ). En faisant la moyenne on obtient une corrélation positive entre la densité et la fluctuation

de la vitesse suivant  $y$ . Mais dans le cas d'un mouvement externe quand  $v' > 0$  dans le cas d'une parcelle de fluide lourd  $\rho > 0$ , on obtient toujours une corrélation positive. Un raisonnement est similaire pour les autres cas, voir figure (IV.13).



**Figure IV.13** : Corrélation densité fluctuation de vitesse

#### IV.2.4 Calcul près de la paroi

La figure(IV.14) présente les profils du frottement, de la vitesse et de la densité le long de la paroi. On remarque que lors de la couche limite, le jet se développe plus rapidement dans le cas d'injection d'hélium que dans celui de l'injection d'air, avec une chute importante du frottement pariétal.

La figure (IV.14) montre aussi que la zone de transition se prolonge jusqu'à  $30e$ . La simulation LES prévoit une chute plus importante du frottement pariétal, puisque cette méthode capte mieux la zone de recirculation.

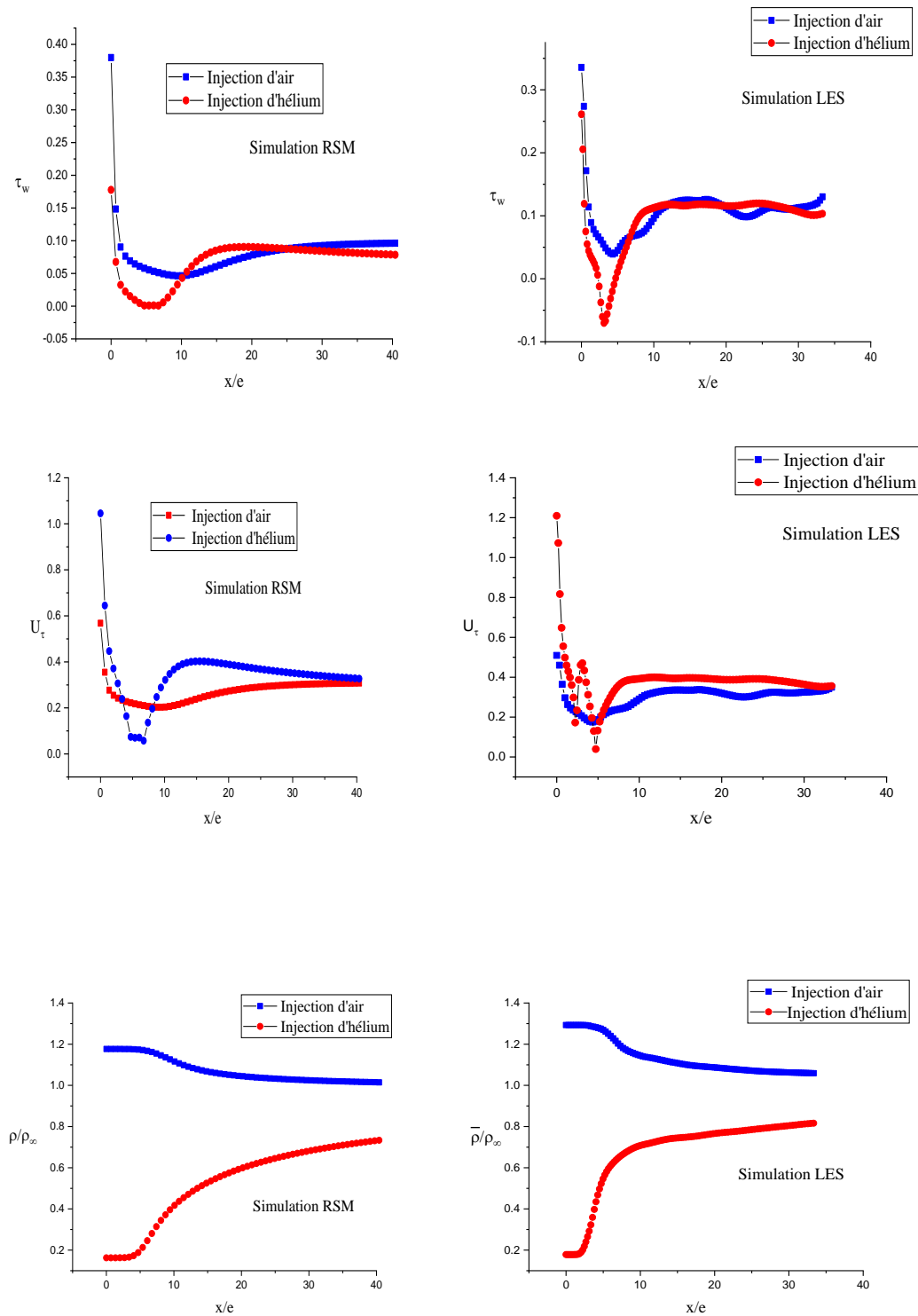


Figure IV.14 : Profils frottement, vitesse de frottement et densité respectivement

### IV.3 Champs instantanés dans le jet pariétal

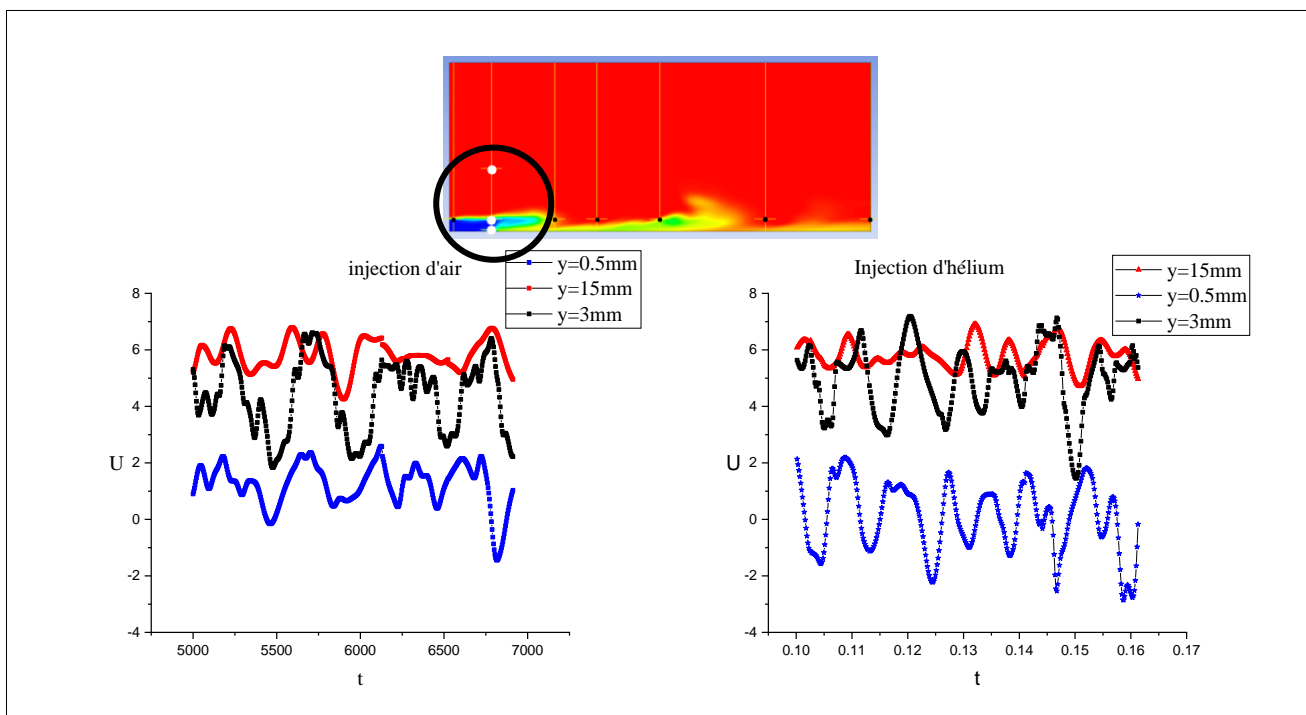
Il est évident que les premiers résultats de la simulation sont affectés par les conditions initiales et que la solution ne peut être considérée comme quasi stationnaire qu'après un certain temps initial. Pour pouvoir accéder aux valeurs

moyennées on a défini le temps nécessaire pour commencer la collecte des statistiques grâce à une échelle de temps convectif, qui est le temps de transport d'une perturbation entre l'entrée principale et la sortie principale. Les calculs ont été effectués en deux étapes. On a commencé par exécuter un premier calcul qui va faire évoluer la solution de l'état initial jusqu'à l'état statistiquement stationnaire. Ensuite, nous avons exécuté un deuxième calcul pour collecter les statistiques. Puis nous avons exécuté un troisième calcul pour avoir par exemple la variation du facteur de dissymétrie et celui d'aplatissement.

### IV 3.1 Comparaison des résultats des deux cas d'injection d'hélium et de l'air

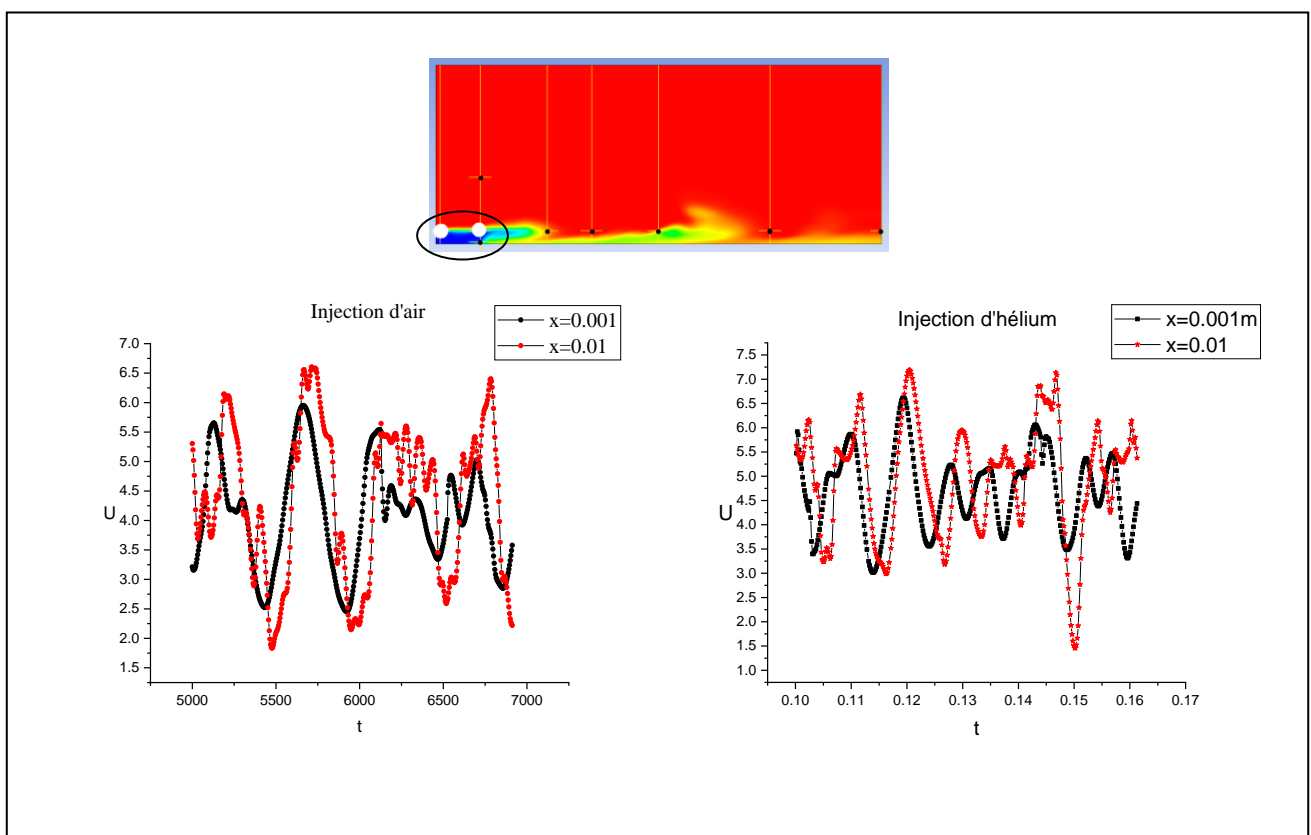
La comparaison de la vitesse instantanée en différents points suivant  $y$  et pour une position  $x = 10\text{mm}$  en fonction du temps est illustrée sur la figure (IV.15).

La première remarque est que l'amplitude des fluctuations est plus faible dans la zone où l'écoulement moyen est uniforme. Cependant dans la zone de mélange au bord du jet interne, la valeur de la vitesse moyenne diminue mais l'amplitude de la fluctuation de vitesse augmente. En se rapprochant de la paroi la vitesse moyenne diminue d'avantage mais on remarque que sa fluctuation en comparaison avec celle de la zone de mélange au bord du jet sont presque de la même amplitude.

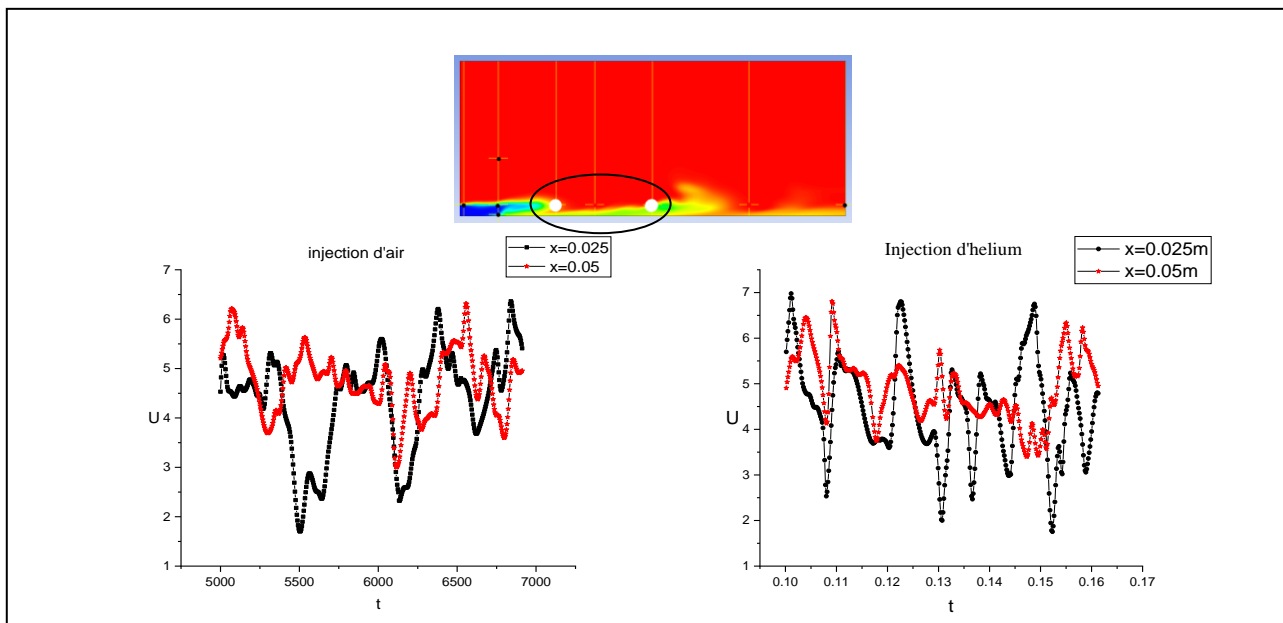


**Figure IV.15** : Variation de la vitesse instantanée en différents point suivant  $y$  à la station  $x = 10\text{mm}$

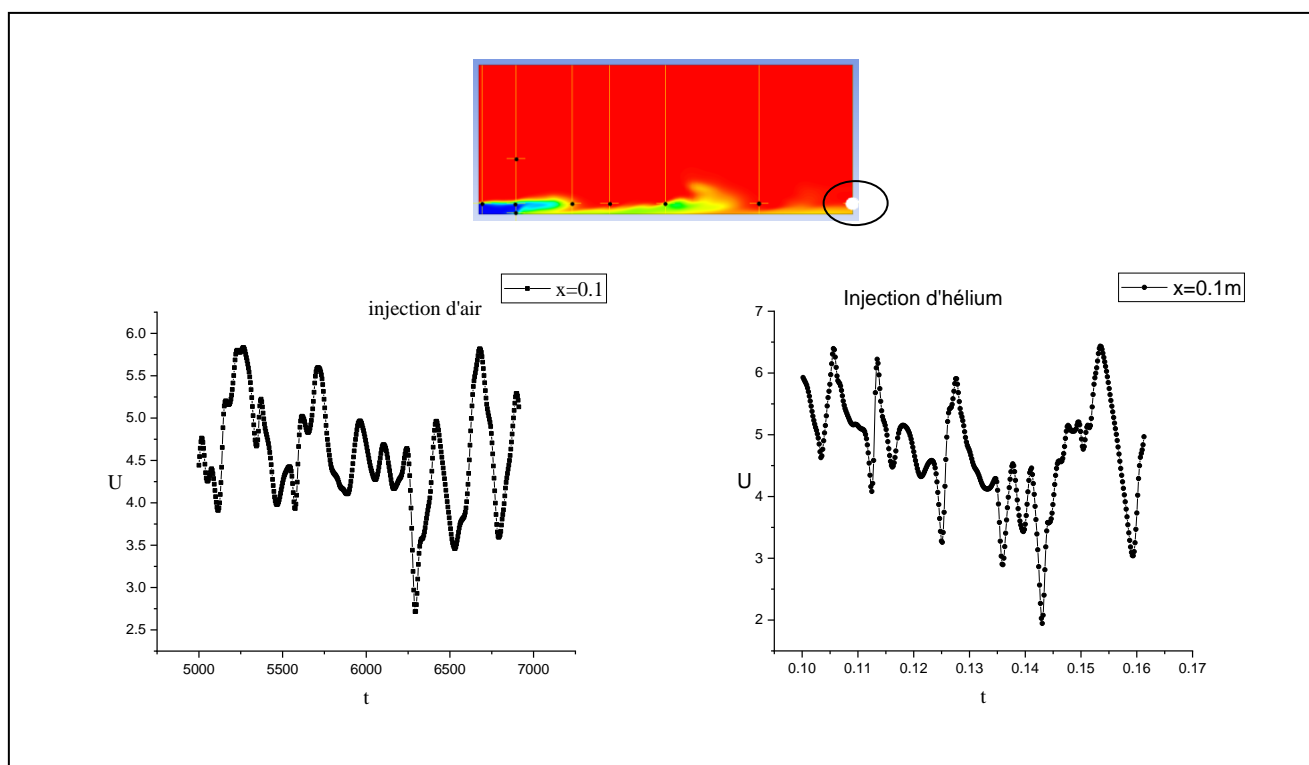
La comparaison de la vitesse instantanée en cinq stations :  $x = 1mm$ ,  $x = 10mm$ ,  $x = 25mm$ ,  $x = 50mm$  et  $x = 100mm$  au bord du jet interne à  $y = 3mm$ , est illustrée sur les figures (IV.16)-a-b-c qui montrent une intensification de la perturbation suite à l'accroissement de la taille des vortex au niveau de la couche de mélange au bord du jet interne. La diminution de la fluctuation au niveau de la station  $x = 50mm$  est due au point du rattachement de la couche limite. Cette fluctuation prend à nouveau un accroissement dans la couche de mélange, voir figure IV.16)-b.



**Figure IV.16-a :** Variation de la vitesse instantanée à  $x = 0.001mm$  et  $x = 0.01mm$  au niveau de la couche de mélange à  $y = 3mm$



**Figure IV.16-b :** Variation de la vitesse instantanée à  $x = 0.025\text{mm}$  et  $x = 0.5\text{mm}$  au niveau de la couche de mélange à  $y = 3\text{mm}$



**Figure IV.16-c :** Variation de la vitesse instantanée à  $x = 0.1\text{mm}$  au niveau de la couche de mélange à  $y = 3\text{mm}$

### IV.3.2 Structure tourbillonnaires tridimensionnelle

On peut définir les structures cohérentes comme des régions où il ya une forte concentration de vorticité, suffisante pour provoquer un enroulement local de l'écoulement, et de préserver leurs formes caractéristiques durant le temps  $T_c$  le plus long que celui du retournement d'un tourbillon. La meilleure façon de capter ces structures c'est d'avoir des iso surfaces des modules des grandes vorticités, ou à travers ses composantes, ou bien de repérer les régions à basse pression. La meilleure méthode de le faire c'est d'utiliser le facteur  $Q$  défini comme suis :

On donne ici  $S_{ij} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right)$  et  $\Omega_{ij} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial U_i}{\partial x_j} - \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right)$  qui représentent respectivement la partie symétrique et antisymétrique du tenseur du gradient de vitesse  $\frac{\partial U_i}{\partial x_j}$ .

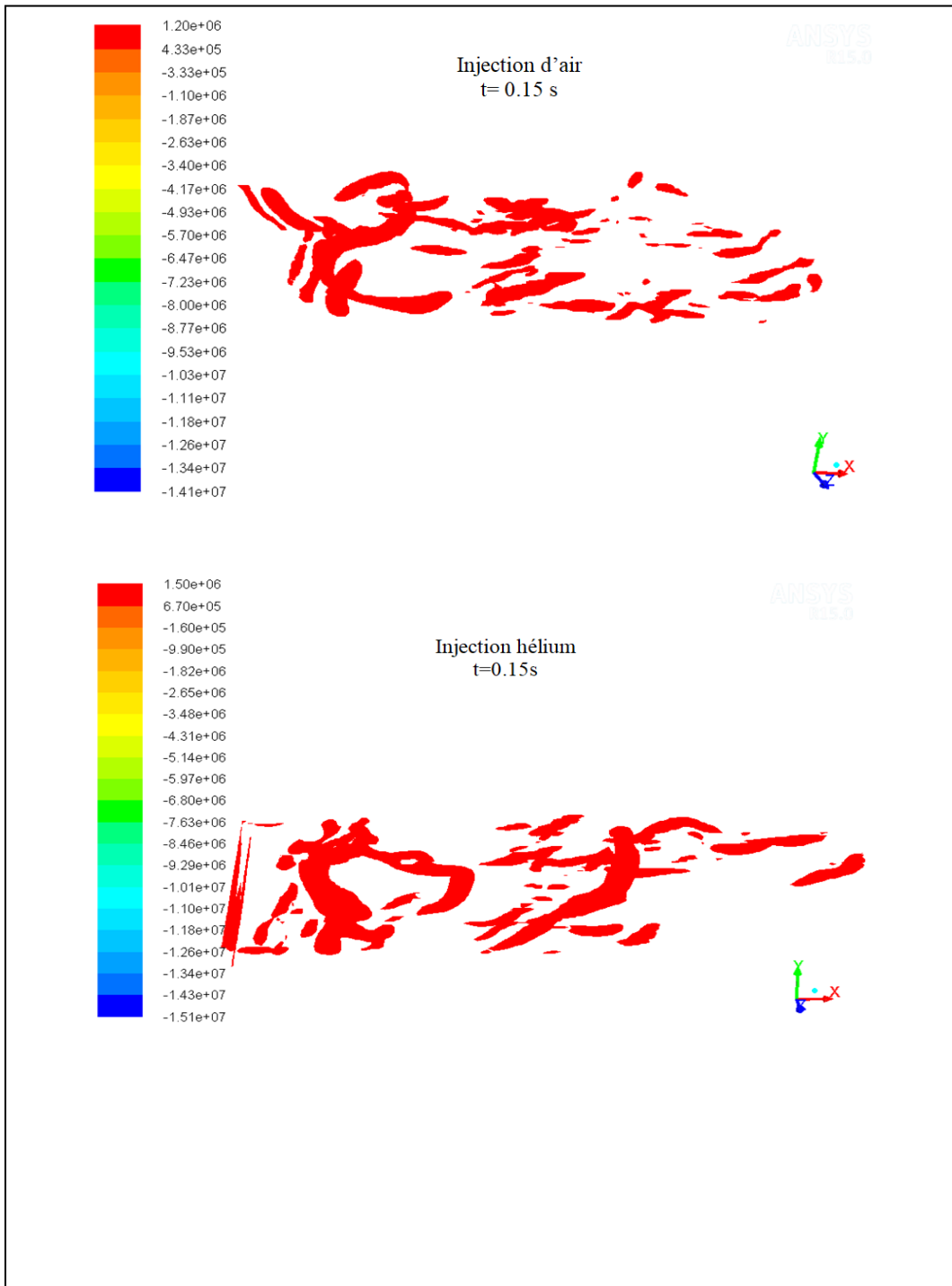
Plusieurs analyses ont démontré que les vortex cohérents sont bien caractérisés par les valeurs positives des iso surfaces de  $Q$ .

$$Q = \frac{1}{2} (\Omega_{ij} \Omega_{ij} - S_{ij} S_{ij}) = \frac{1}{4} (\omega^2 - 2S_{ij} S_{ij}) = \frac{\nabla^2 P}{2\rho}$$

$Q$  permet donc de mieux visualiser les vortex organisés puisque contrairement à la vorticité,  $Q$  permet de distinguer entre les régions où le taux de rotation  $\Omega$  est dominant  $Q > 0$  et celles où le taux de déformation  $S$  est dominant  $Q < 0$ .

Les figures (IV.17), (IV.18) et (IV.19) présentent respectivement les iso surfaces de la valeur  $1e + 06$  du facteur  $Q$ , du module de vorticité et de vorticité transversale à l'instant  $t = 0.15s$  dans les deux cas d'injection d'hélium et de l'air respectivement. On peut identifier des structures le long de l'axe longitudinal en forme de fer en cheval ou épingle à cheveu. La tête des vortex est entraînée vers l'avant par l'écoulement libre et les branches sont retardées par le frottement à la paroi.





**Figure IV.17 :** Iso surface de la valeur  $1e + 06$  du facteur Q

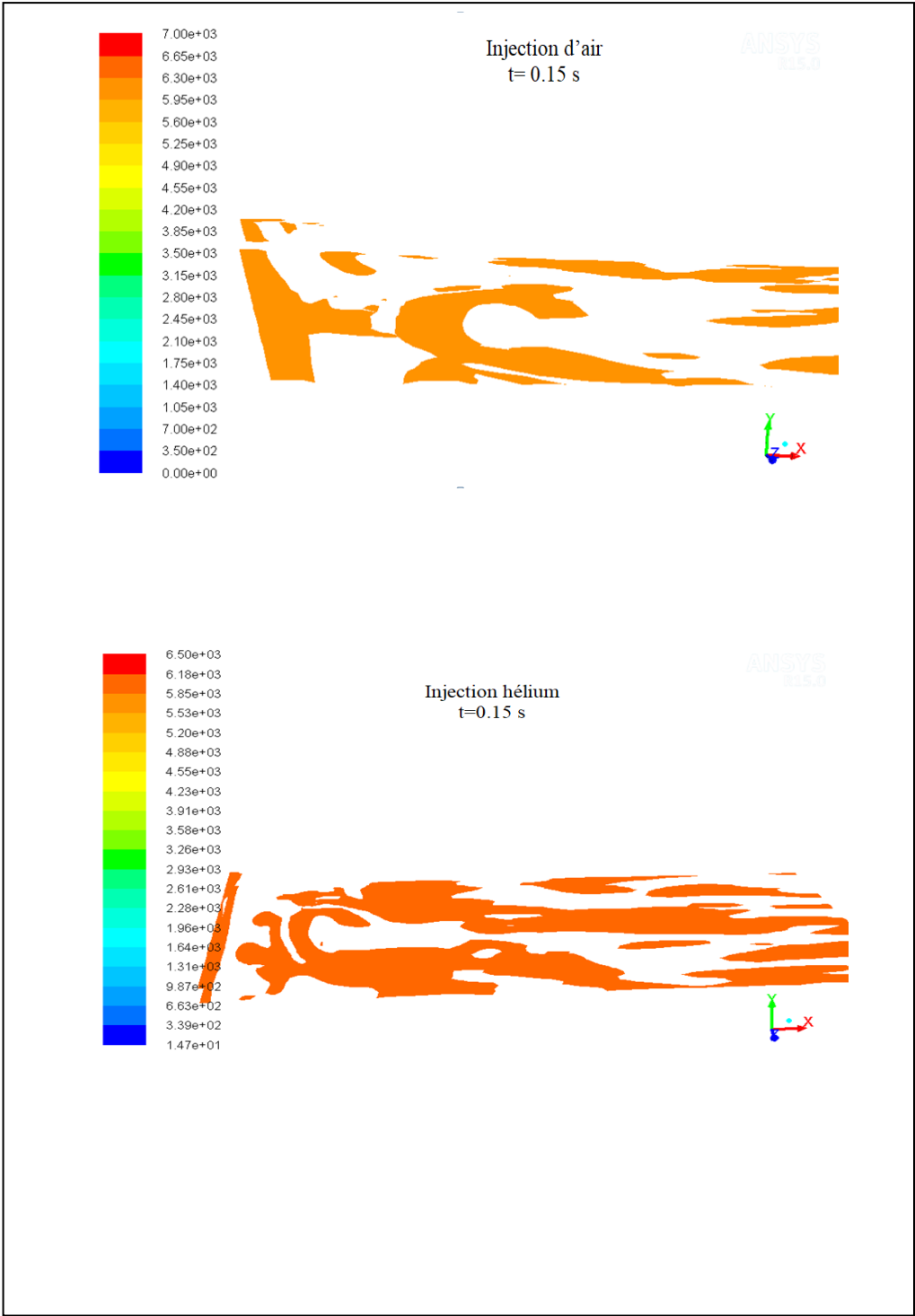
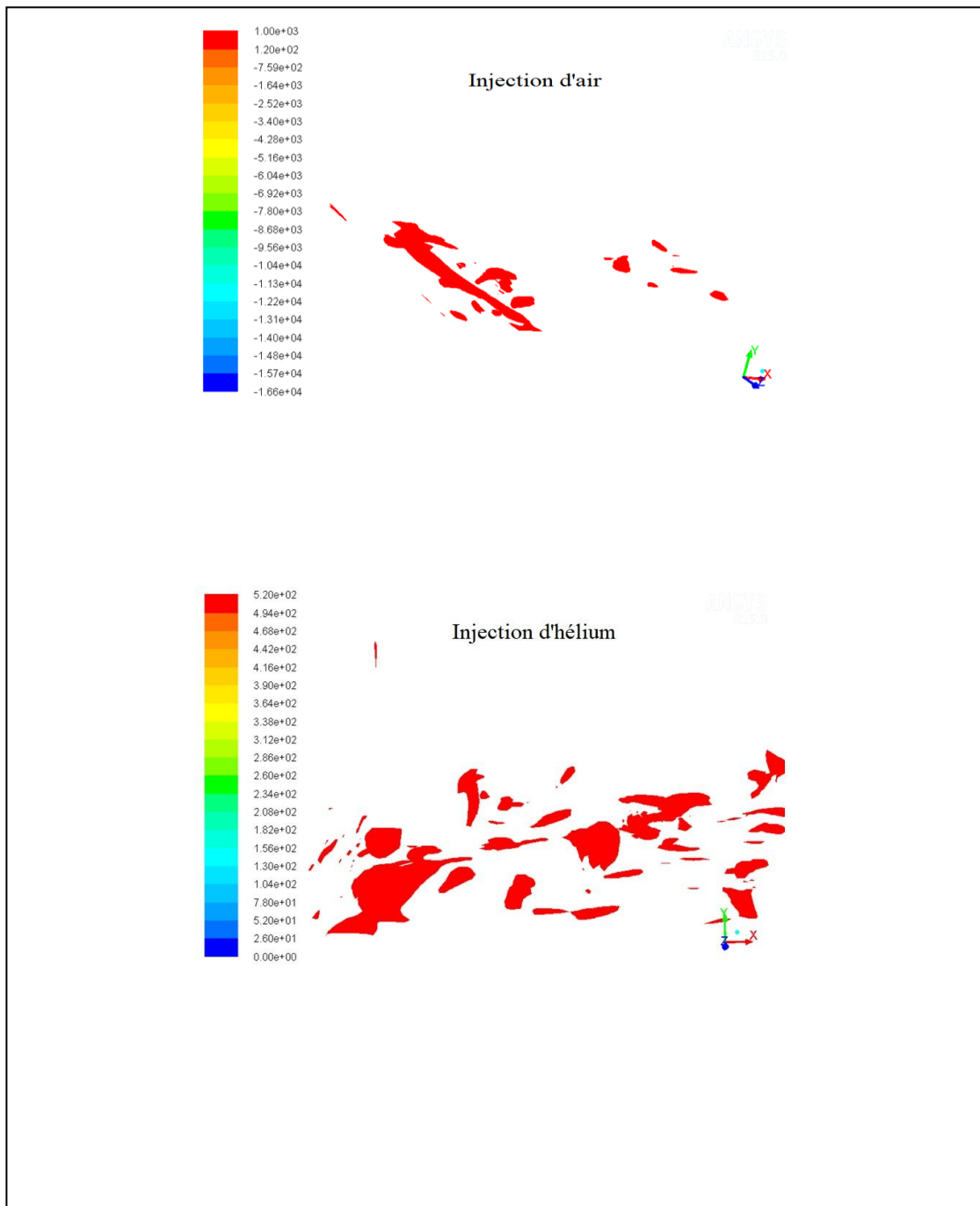


Figure IV.18 : Iso surface de la valeur 6000 de la vorticité



**Figure IV.19 :** Iso surface de la valeur 1000 et 500 respectivement de l'air et d'hélium de la vorticité transversale.

### IV.3.3 Coefficients de pression et de frottement

La figure (IV.20) représente les contours du coefficient de pression moyen  $C_p \equiv \frac{P-P_{atm}}{\frac{1}{2}\rho U_e^2}$  filtré sur la paroi à l'instant  $t = 0.15s$ , dans les deux cas d'injection.

Une décélération plus claire est remarquée proche de la fente dans le cas d'injection d'hélium sous l'effet d'un gradient de pression positif (dit défavorable ou adverse) juste à la sortie du jet, ceci s'explique par l'entraînement du fluide léger du jet interne par le fluide lourd du jet externe. En se déplaçant vers l'aval, le coefficient de pression devient nul en indiquant une pression atmosphérique, puis qui augmente sous l'effet de la zone de recirculation ensuite une dépression qui revient à nouveau sous l'effet de l'entraînement. On peut remarquer aussi que les variations de pression dans la troisième direction sont très faibles confirmant la nature bidimensionnelle de l'écoulement moyen.

On présente sur la même figure IV.20 le contour du frottement pariétal moyen, dans les deux cas d'injection. Le point de décollement correspond à la position où le frottement pariétal moyen est nul, qui prend par la suite des valeurs négatives afin qu'il devienne à nouveau nul puisque ici l'énergie cinétique du jet s'est transformée en énergie de pression. En aval une accélération du jet interne, entraîne une augmentation du coefficient de frottement, avec un gradient de pression négatif (dit favorable) par rapport au sens de l'écoulement. Dans ce cas, la couche limite reste alors attachée à la paroi.

La figure (IV.21) présente les contours du coefficient de frottement instantané filtré dans les deux cas d'injection. On remarque que, dans les zones où une structure tourbillonnaire passe au-dessus de la surface solide, le cisaillement est important et les valeurs du coefficient de frottement sont élevées et ceci pour les deux cas d'injection.

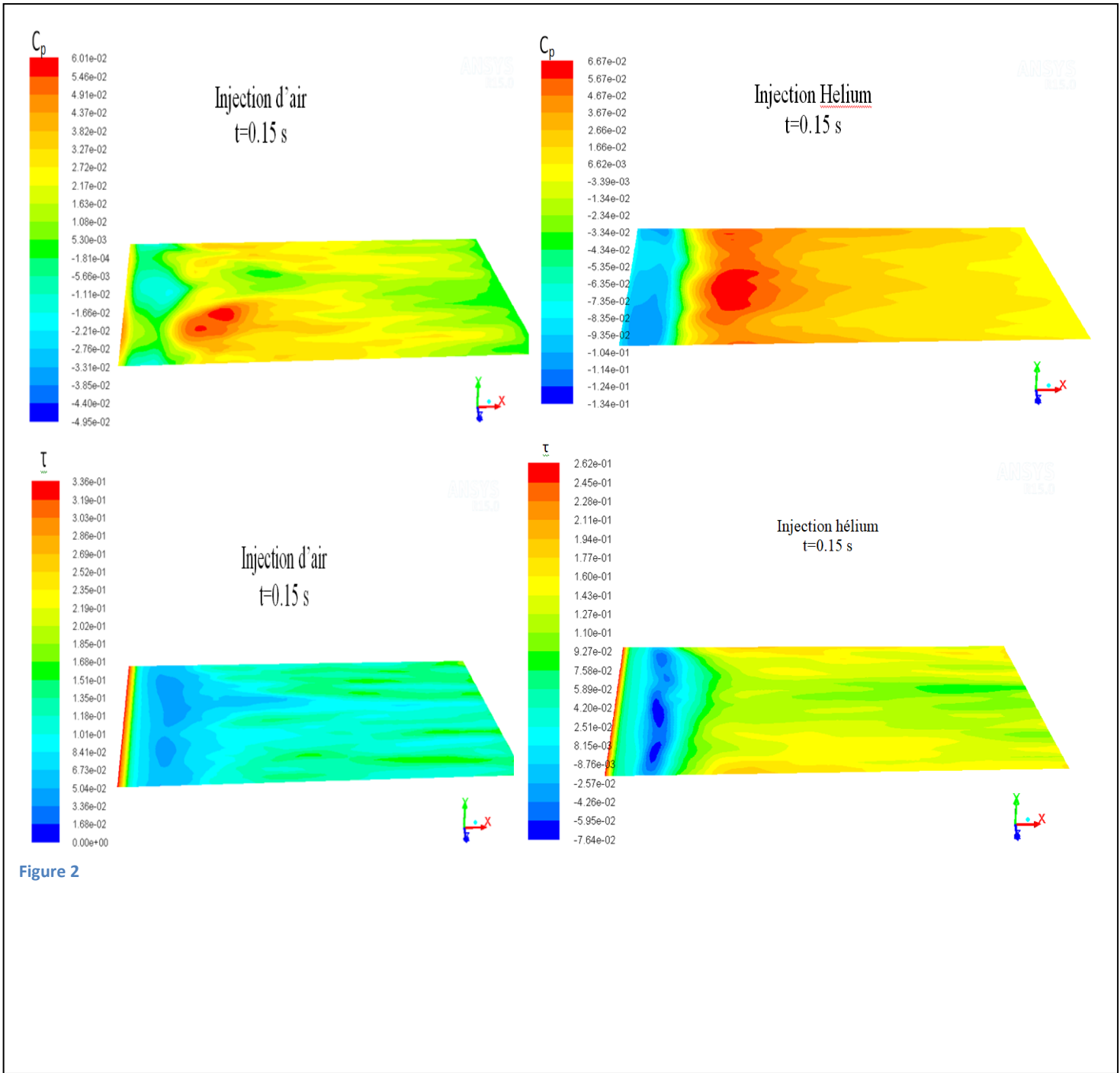
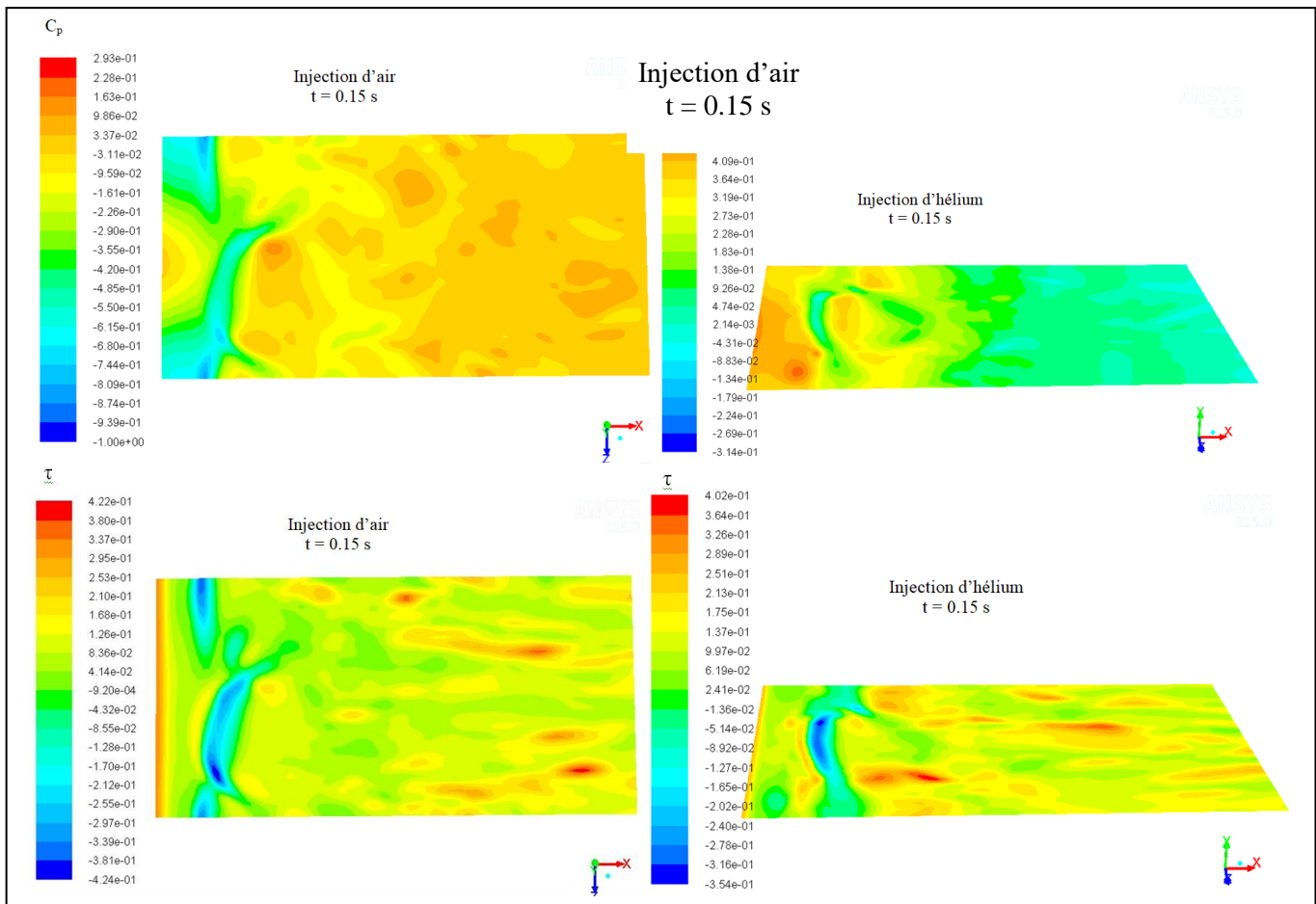


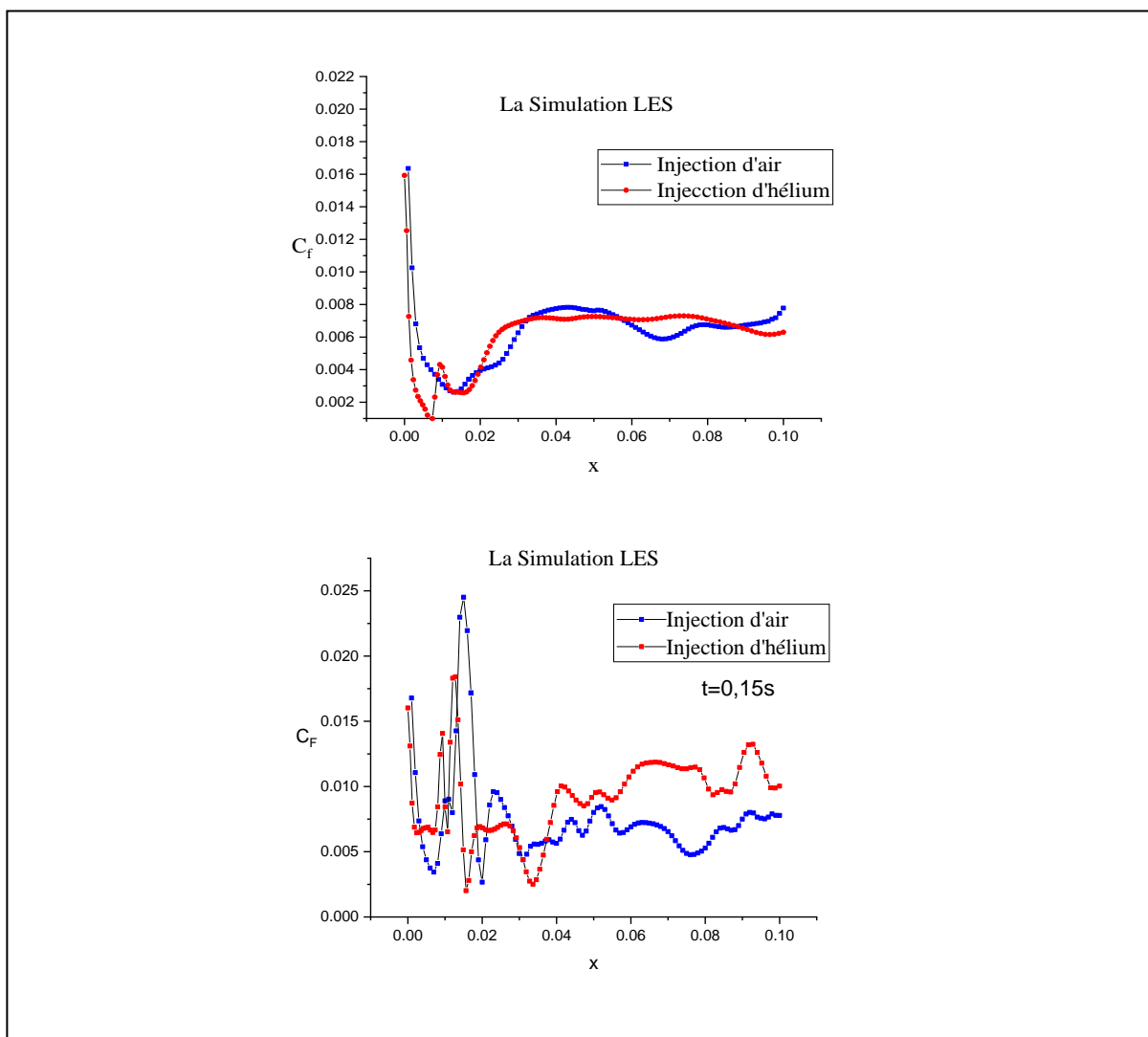
Figure 2

Figure IV.20 : Coefficients moyens de pression et de frottement pariétal



**Figure IV.21** : Coefficients instantané de pression et de frottement pariétal

Les profils instantané et moyen du coefficient de frottement  $C_F$ , pour les deux cas d'injection d'hélium et de l'air le long de la ligne de la paroi dans le plan médian sont présentés sur la figure (IV.22). Dans la région proche de la fente, le coefficient de frottement décroît sous l'effet d'une décélération du fluide, puisque l'énergie cinétique du jet s'est transformée essentiellement en énergie de pression ( $\frac{dP}{dx} > 0$  gradient de pression adverse). Ensuite le coefficient de frottement subit une augmentation puis il diminue une autre fois à l'intérieure de la zone de recirculation jusqu'au point de rattachement à la paroi. En aval de la fente d'injection, une forte accélération du fluide léger entraîne une augmentation du coefficient de frottement suivie d'une zone dans laquelle le jet pariétal devient complètement développé, voir figure (I.V.22).



**Figure IV22** : Profils des coefficients de frottement instantané et moyen

La figure (IV.23) présente la superposition du contour instantané du coefficient de frottement et celui des vecteurs de vitesse sur le plan médian. La comparaison des résultats montre que le frottement dans le cas d'injection d'hélium est plus important que dans celui de l'injection d'air. Les vitesses importantes obtenues dans le cas d'injection d'hélium sont la conséquence de l'aspiration du fluide par la dépression entraînant un cisaillement négatif plus élevé par rapport au cas d'injection d'air. Cette dépression a un effet sur les vortex instantanés sous l'influence de l'aspiration qui les rend plus intenses et plus fort, voir figure (IV.17).

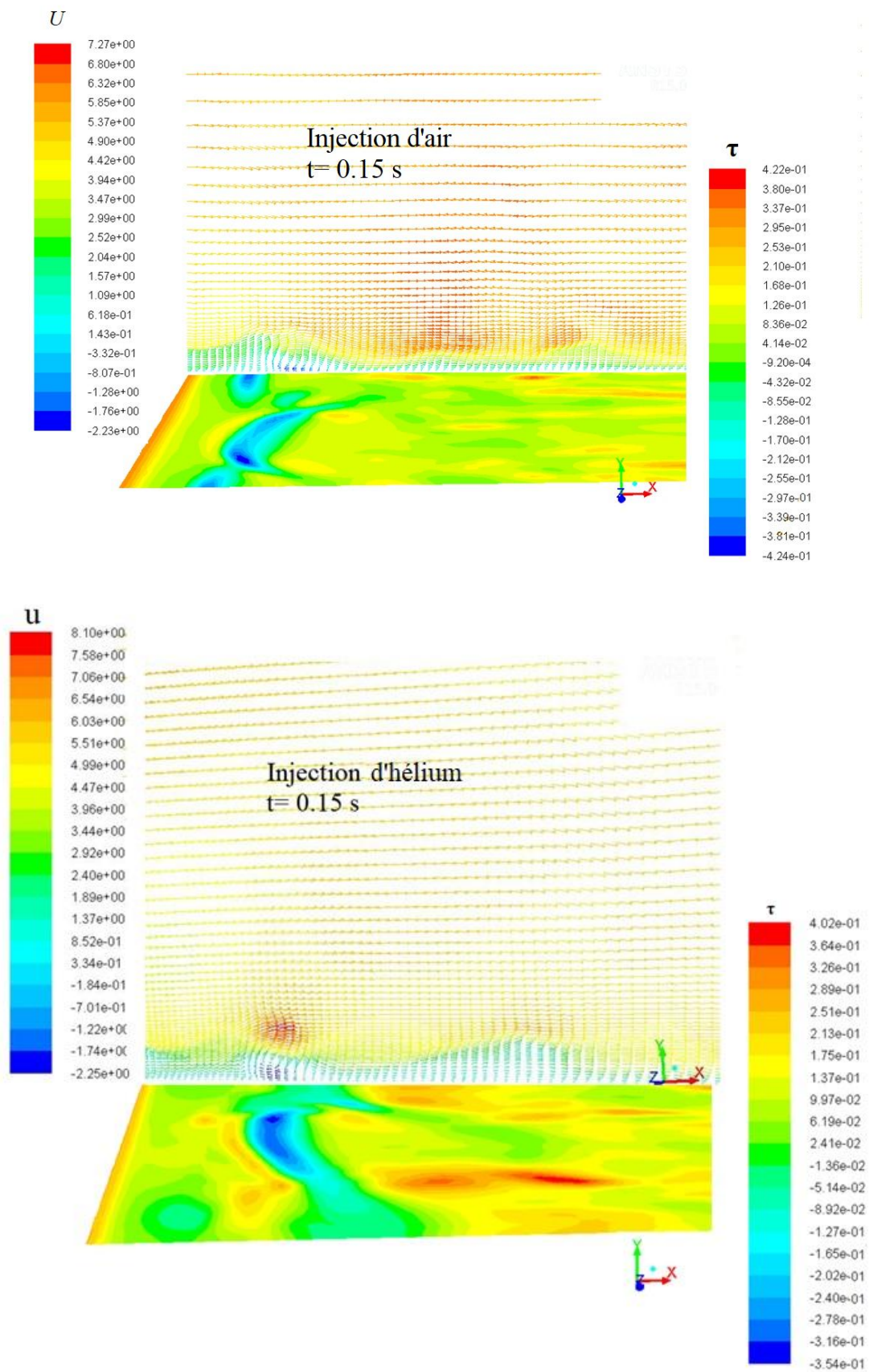


Figure IV.23 : Coefficient de frottement pariétal et vecteur de vitesse dans le plan médian



### IV.3.4 Champs statistiques de vitesse et de turbulence

Les résultats de calcul des vitesses instantanées et moyennes, dans le cas d'injection d'hélium, montrent une tendance plus claire au décollement que dans le cas d'injection d'air, voir les figures (IV.24), (IV.25) et (IV.26).

L'énergie cinétique turbulente dans le cas d'injection d'hélium est très importante, et plus courte que dans le cas d'injection d'air. Parce que l'injection de fluide plus léger que celui du jet externe, provoque un décollement assez clair près de la paroi. L'énergie cinétique turbulente prend ses valeurs maximales au niveau de la couche de mélange, où le gradient de vitesse est très important, et le taux de production de turbulence est maximal, voir les figures (IV.27), (IV.28) et (IV.29).

D'après la figure IV.30, on remarque qu'il y a une tendance à l'isotropisation  $\left(\frac{\overline{v'^2}}{\overline{u'^2}}\right)_{He} > \left(\frac{\overline{v'^2}}{\overline{u'^2}}\right)_{air}$ , c'est-à-dire lorsqu'un jet débouche dans un milieu ambiant qui est plus lourd l'écart des trois fluctuations selon les trois directions se diminue.

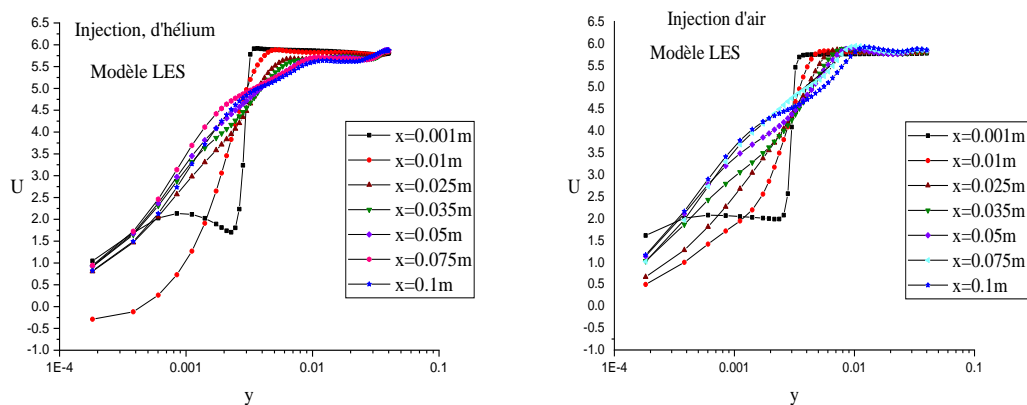


Figure IV.24 Superposition des profils de vitesse en différentes positions

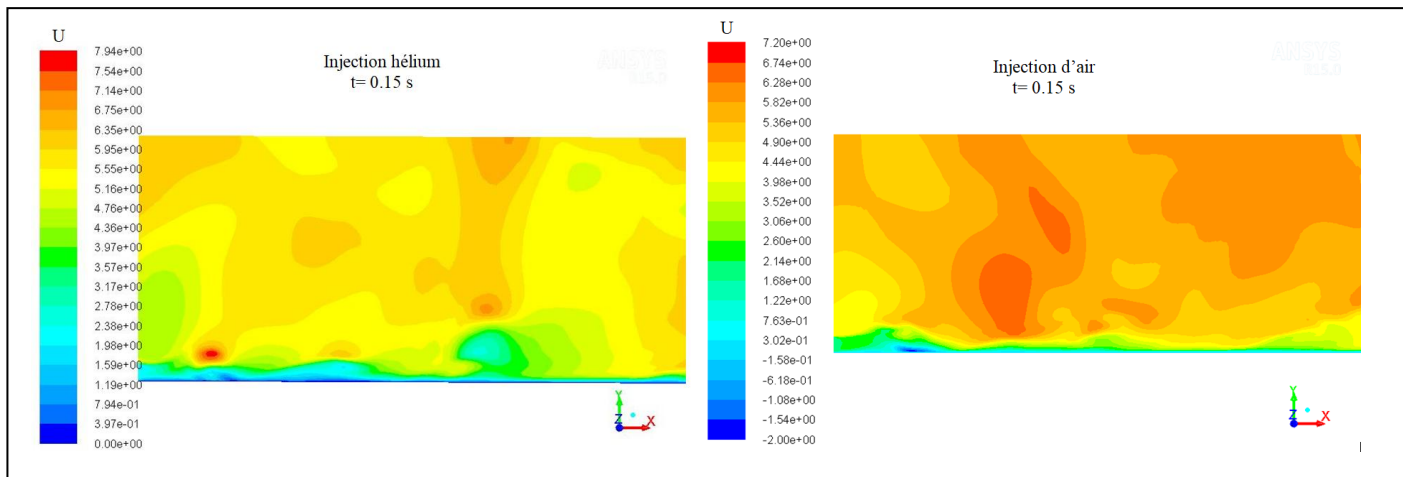


Figure IV.25 : Contour de la vitesse instantanée

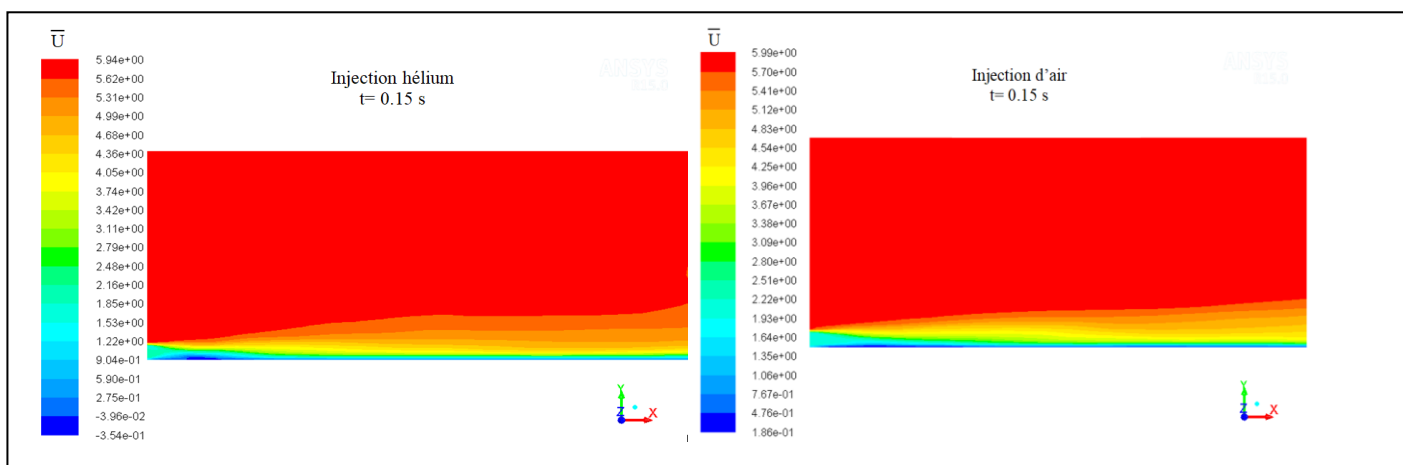


Figure IV.26 : Contour de la vitesse moyenne

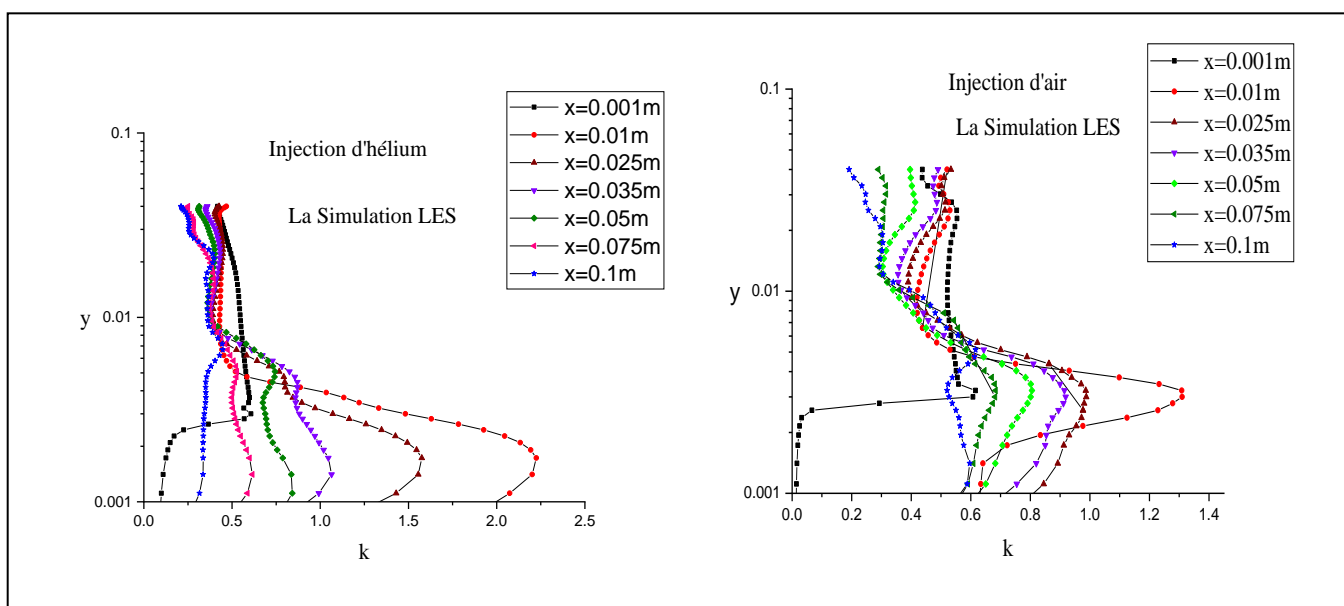


Figure IV.27 : Profils de l'énergie cinétique turbulente le long de la paroi

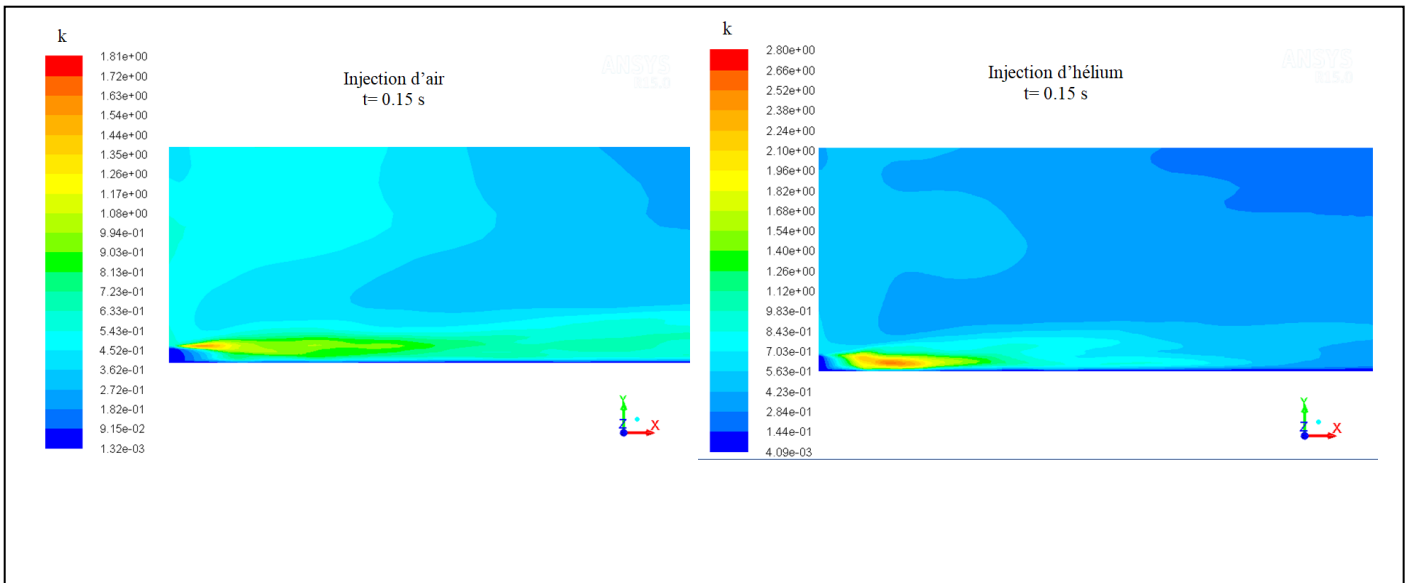


Figure IV.28 : Contours de l'énergie cinétique turbulente obtenus avec la Simulation LES

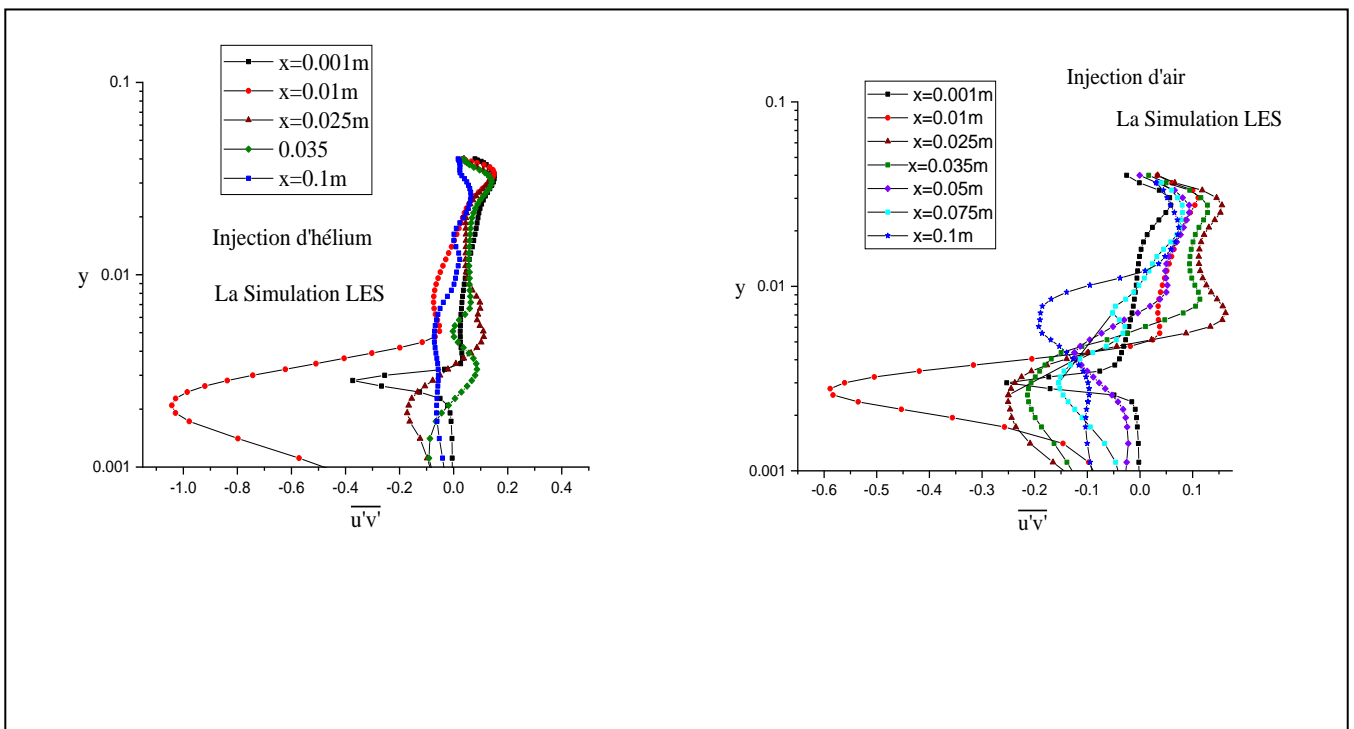


Figure IV.29 Profils des contraintes  $\overline{u'v'}$  en différentes stations le long de la paroi

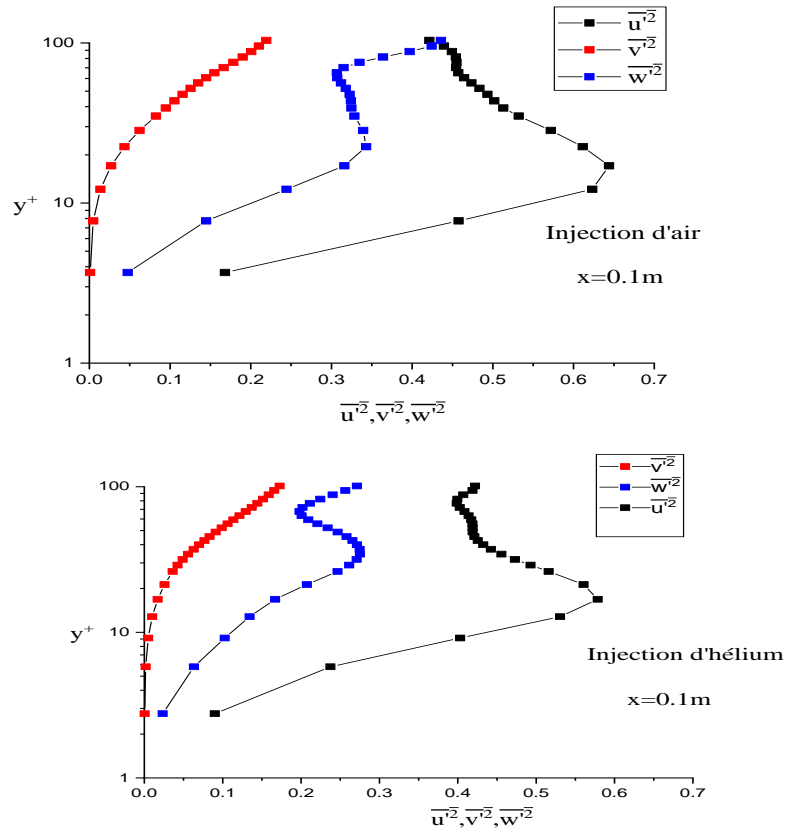


Figure IV.30 : Profils des trois contraintes de Reynolds

### IV.3.5 Champs statistiques de la masse volumique

La figure IV.31 présente la forme du développement spatial du jet pariétal à partir du contour instantané de la densité. Une apparition des vortex qui se déplace dans le temps est observée. L'influence de la densité est remarquée en comparant les deux cas, le cas stable de l'injection d'air, et le cas instable de l'injection d'hélium, qui se présente comme une intensification de la source de vorticité baroclinique qui conduit à l'apparition des sous structures moins organisées.

La figure IV.32 montre que le mélange est très actif au niveau de la couche de mélange là à il ya des gradients de vitesse et de masse volumique très importants. On montre aussi sur cette figure que la dilution augmente suivant y au fur à mesure qu'on se déplace vers l'aval.

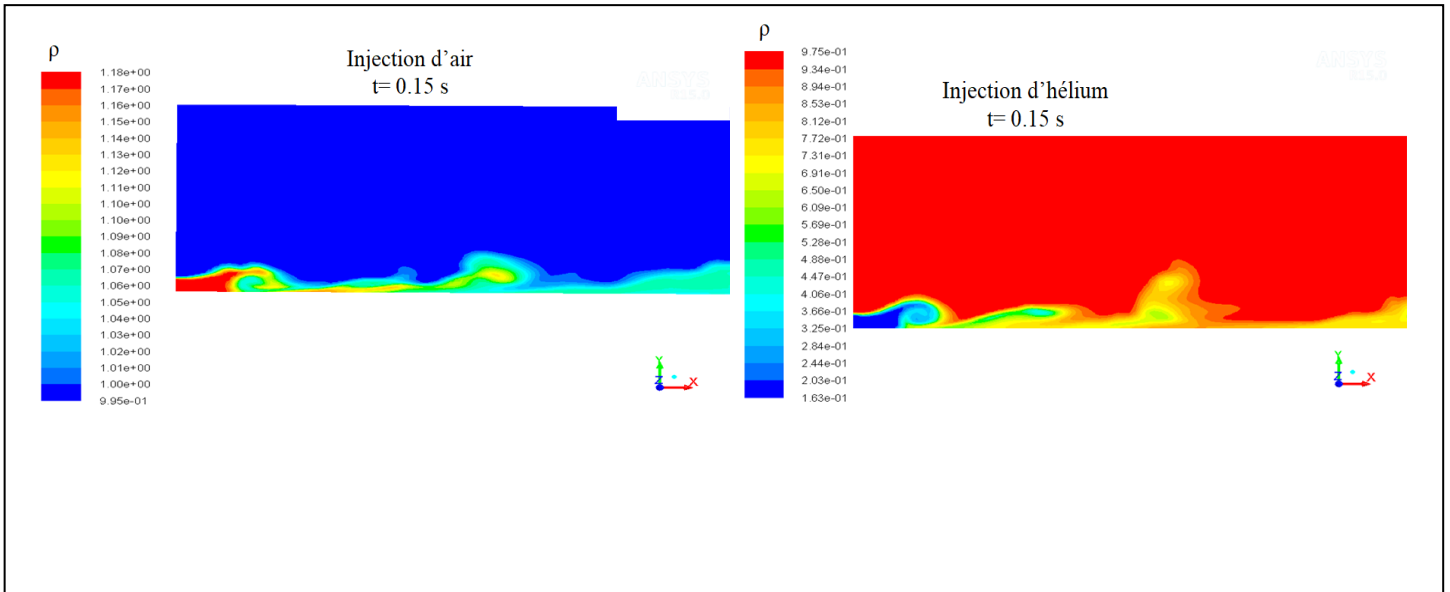


Figure IV.31 : Contour de la densité

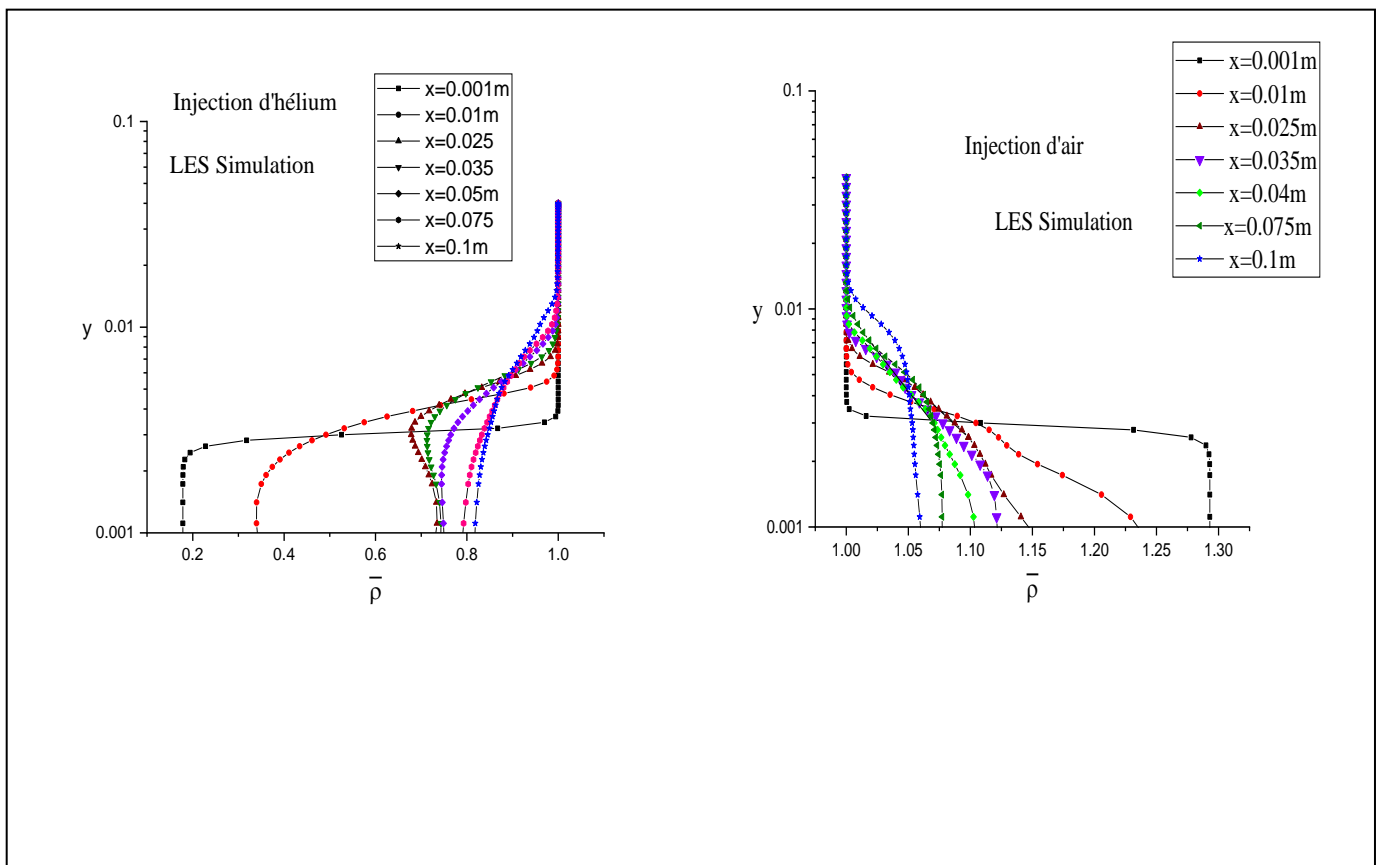


Figure IV.32 : Profils de densité en différentes stations le long de la paroi

### IV.3.5.1 Corrélations fluctuation masse volumique – fluctuation vitesse

Dans le cas de l'injection d'air la corrélation  $\rho'u'$  est négative puisque on a  $\frac{\partial U}{\partial y} > 0$  et  $\frac{\partial \rho}{\partial y} < 0$ . Ceci explique le mouvement interne d'une parcelle d'un fluide léger ( $\rho' < 0$ ) avec une vitesse fluctuante ( $u' > 0$ ). En faisant la moyenne  $\overline{\rho'u'}$  on obtient une corrélation négative entre les fluctuations de la densité et de la vitesse suivant  $y$ . On obtient toujours une corrélation négative même dans le cas d'un mouvement externe d'une parcelle de fluide lourd  $\rho' > 0$  avec une vitesse fluctuante  $u' < 0$ . Un raisonnement similaire est conclu pour les autres cas, voir figure IV.33.

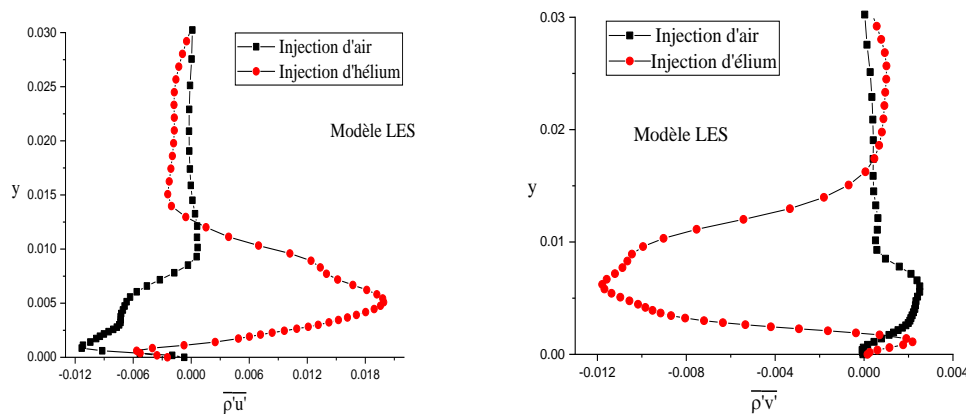


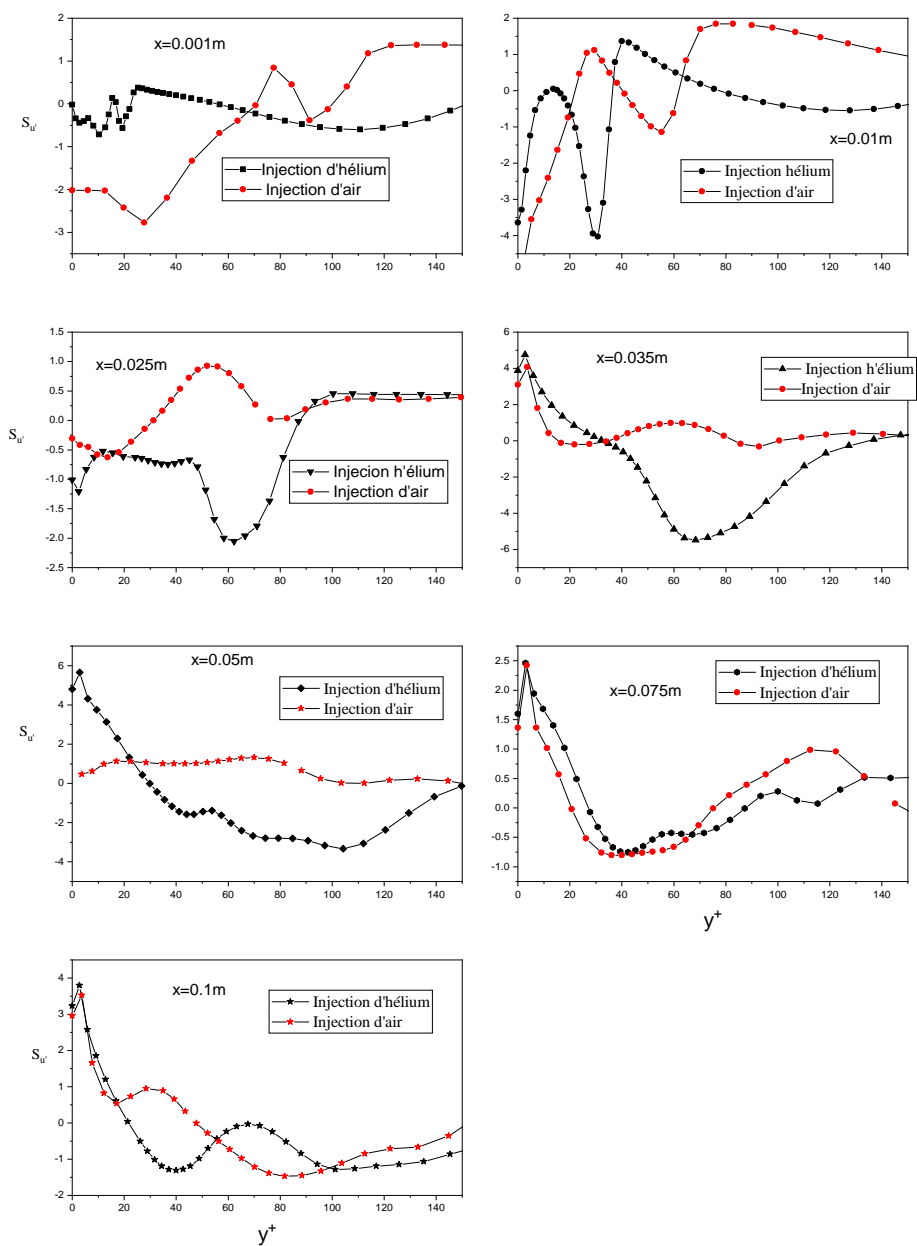
Figure IV.33: Corrélations densité - vitesse

### IV.3.6 Statistiques des moments d'ordre élevé

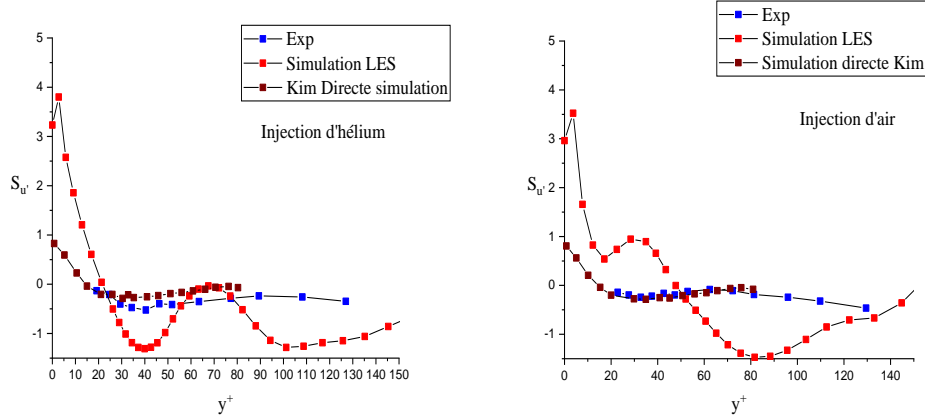
#### IV.3.6.1 Facteur de dissymétrie de $u'$

La figure IV.34 présente les profils des facteurs de dissymétrie  $S_{u'}$  en différentes stations. On remarque que  $S_{u'}$  est important près de la fente d'injection et que la relaxation du facteur de dissymétrie s'effectue plus rapidement dans la couche externe que près de la paroi. Ceci semble curieux, car la couche interne a en principe une mémoire courte, alors que la couche externe a un temps de relaxation long. Ceci s'explique par le fait que la région très proche de la paroi est affectée par des changements structurels de la turbulence.

Le facteur de dissymétrie correspondant à l'injection d'hélium est fortement négatif dans toute la couche limite interne dans la zone de développement de l'écoulement comme en témoigne la figure IV.34 à  $x = 0.1\text{m}$ . Ceci est due au fait que la couche interne est en grande partie sous l'influence des événements d'éjection



**Figure IV.34** : Profils du facteur de dissymétrie en différentes stations



**Figure IV.35** : Comparaison des profils du facteur de dissymétrie.

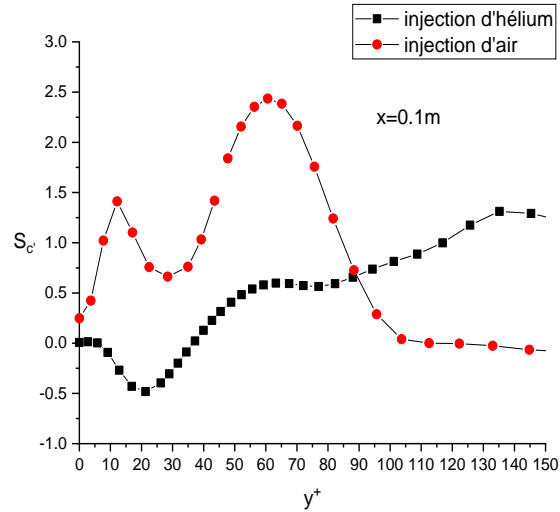
de type :  $u' < 0$ ,  $v' > 0$ . Les valeurs systématiquement négatives de  $S_{u_{He}}$  signifient un renforcement de ce type d'événement associé à un gradient  $\frac{\partial \bar{\rho}}{\partial y} > 0$  fort. Cet effet montre que la densité ne peut plus être considérée comme un scalaire passif, lorsque  $\frac{\partial \bar{\rho}}{\partial y}$  dépasse un certain seuil, et qu'il ya alors un effet rétroactif de  $\Delta \rho$  sur la structure fine de la turbulence.

D'après la figure IV.35 le facteur  $S_u$  atteint une valeur proche de l'unité près de la paroi pour la simulation directe de Kim, et une valeur de 3 pour notre simulation, par contre pour l'expérience la sonde n'a pas pu entrer profondément à l'intérieur de la couche limite. Les valeurs positives de  $S_u$  pour  $y^+ \leq 10$  montrent que les événements de balayage qui dominent cette région. Par contre les événements d'éjections avec  $u' < 0$  sont dominants dans la région logarithmique.

#### IV.3.6.2 Facteur de dissymétrie de $c'$

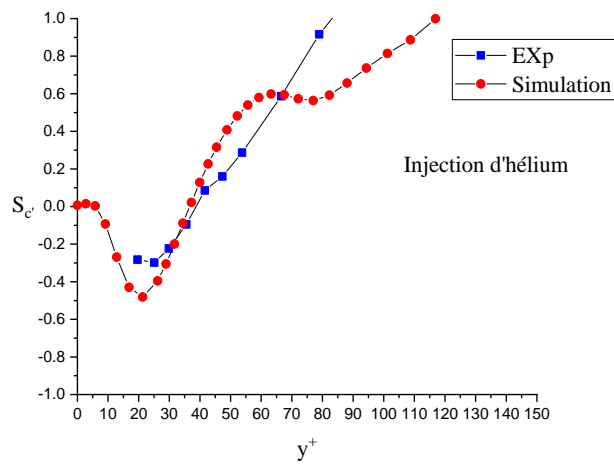
Les courbes de  $S_{c'}$  sont qualitativement similaires à celle de  $S_u$ . On observe dans la zone de l'écoulement développé, que  $S_{c'}$  est significativement négatif pour l'injection d'hélium, ce qui impliquerait une intensification des balayages.





**Figure IV.36 :** Facteur de dissymétrie de la fluctuation de la fraction massique

Une comparaison des résultats expérimentaux et ceux numériques du facteur de dissymétrie est illustrée sur la figure IV.37. On remarque qu'il ya une bonne concordance qualitative entre les deux profils expérimental et numérique.



**Figure IV.37 :** Comparaison des profils du facteur de dissymétrie

### IV.3.6.3 Facteurs d'aplatissement de $u'$

Les facteurs d'aplatissement  $F_u$  sont liés au caractère intermittent de  $u'$ . Plus la valeur de  $F$  est élevée, plus le signal est constitué de bouffées compactes isolées dans le temps. La figure IV.38 montre qu'il n'ya pas d'effet du gradient de densité sur la structure intermittente de la vitesse longitudinale instantanée dans la zone de développement de l'écoulement.

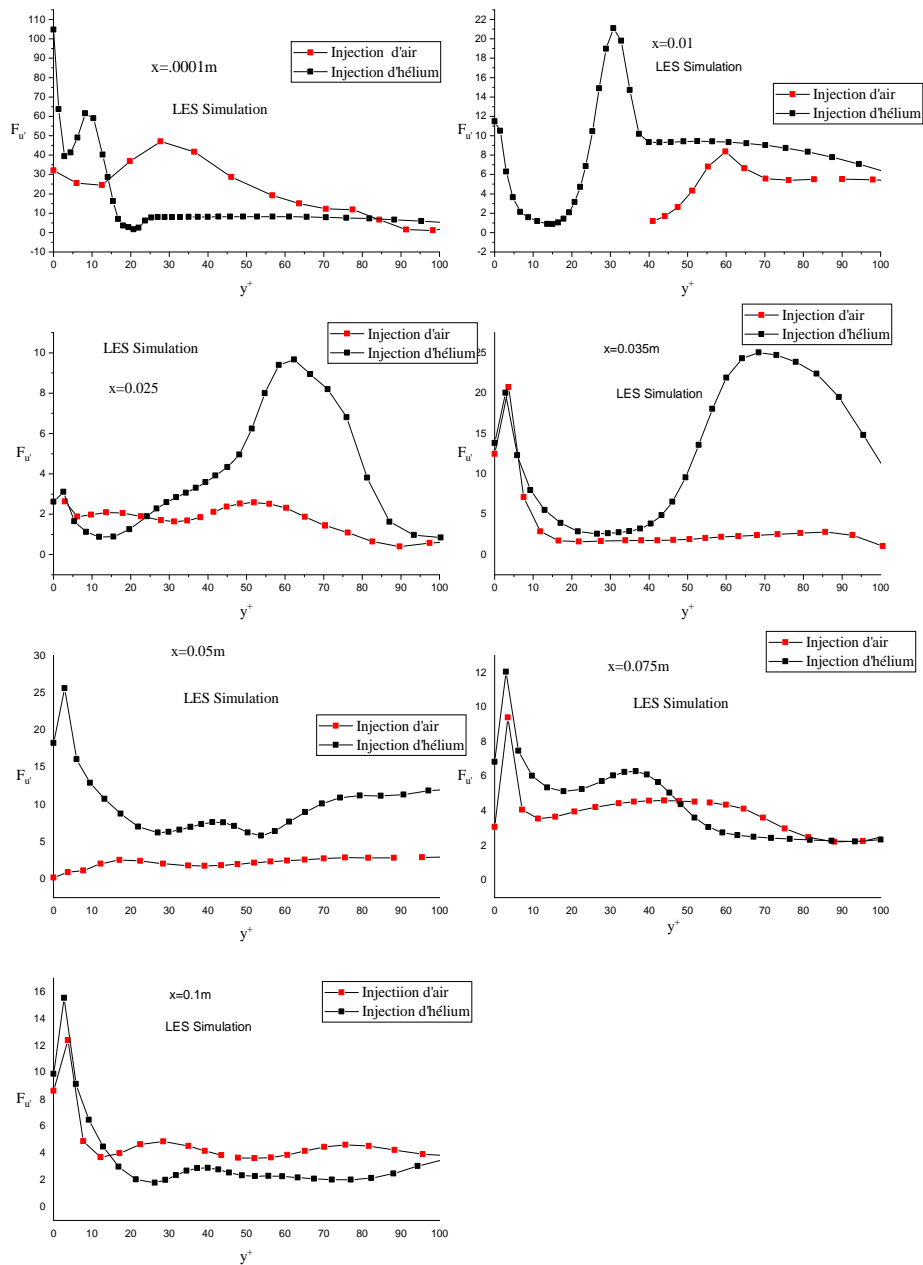
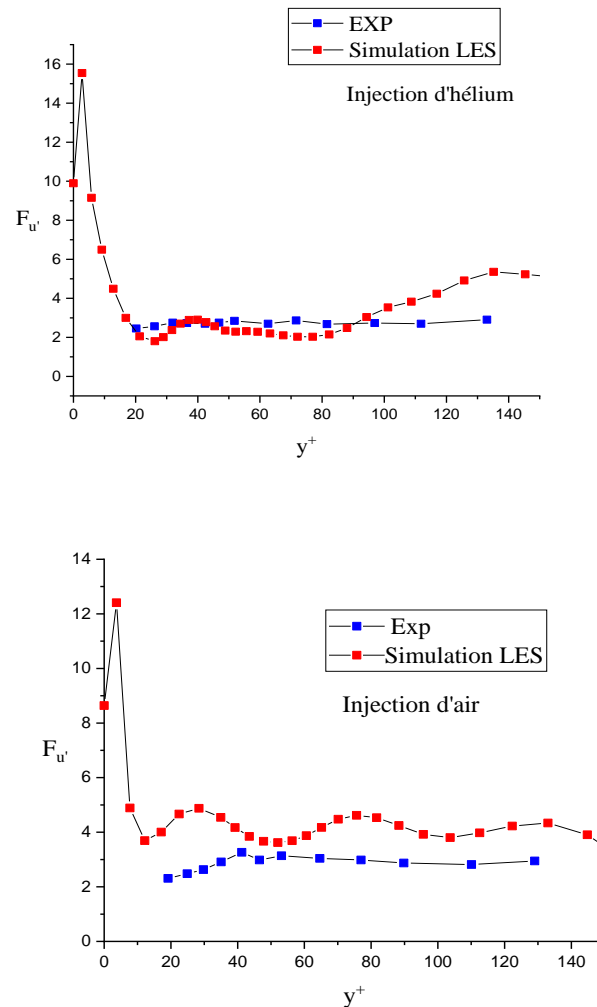


Figure IV.38 : Profils du facteur d'aplatissement en différentes stations

La figure IV.39 montre que les profils numériques sont en générale en bon accord avec les profils expérimentaux. Près de la paroi l'intermittence est très importante, loin de la paroi le facteur d'aplatissement est proche de la valeur 03 d'une fonction gaussienne. Les mesures expérimentales pour  $y^+ < 20$  sont généralement très difficile à réaliser, ou bien sont souvent sous estimées et limitée par la taille physique des sondes disponibles, puisque l'effet de blocage de la paroi commence à être senti dans cette région de l'écoulement,.

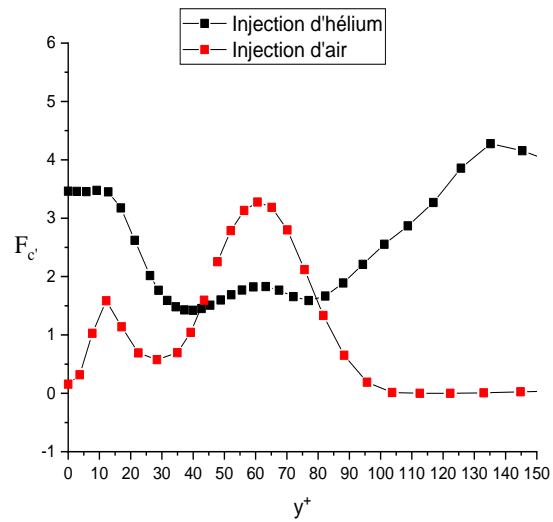


**Figure IV.39 :** Comparaison des profils du facteur d'aplatissement  $F_u$

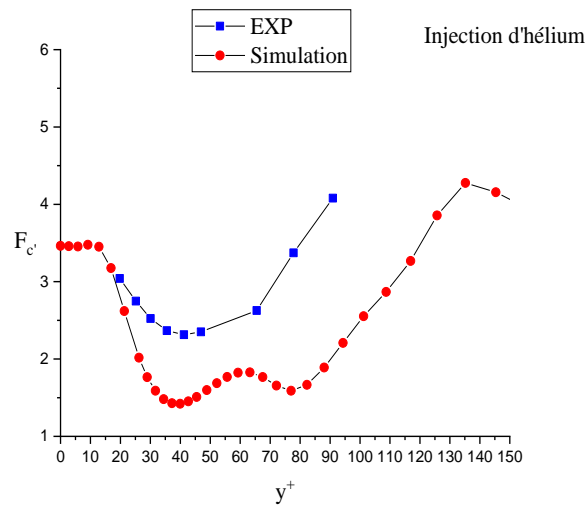
#### IV.3.6.4 Facteurs d'aplatissement de $c'$

La courbe de  $F_{c'}$ , est aussi qualitativement similaire à celle de  $F_u$ . Elle confirme que dans la zone de l'écoulement développé, que l'intermittence augmente en se rapprochant de la paroi, voir figure IV.40.

Nous confrontons sur la figure IV.41 les mesures expérimentales et les valeurs calculées par le modèle LES du facteur d'aplatissement  $F_{c'}$ . On observe une concordance qualitative satisfaisante entre les deux types de résultats.



**Figure IV.40 :** Facteur d'aplatissement  $F_{c'}$



**Figure IV.41 :** Comparaison des profils du facteur d'aplatissement  $F_{c'}$

## Conclusion générale

Cette étude avait comme objectif principal de simuler numériquement la dynamique et le processus de mélange d'un jet pariétal avec forte différence de densité en utilisant le code ANSYS 15. La comparaison des résultats numériques avec ceux des données expérimentales a été très encourageante. Elle sert pour une validation des résultats obtenus et elle confirme les conclusions tirées de cette étude.

A l'issue des résultats obtenus, nous résumons l'ensemble des conclusions tirées de l'étude de l'influence de la densité variable sur les jets turbulents non réactifs comme suit :

- La turbulence est très importante et courte dans la zone de transition dans le cas de l'injection d'un fluide léger (Hélium).
- L'injection d'un fluide léger donne une légère augmentation de la vitesse moyenne proche de la paroi.
- Une diminution importante du frottement pariétal, surtout dans la zone de transition, dans le cas de l'injection d'hélium.
- Une surestimation de l'énergie cinétique turbulente est remarquée par rapport aux mesures expérimentales.
- Une forte corrélation entre les fluctuations de vitesse et de densité.
- Le développement de la zone de transition se prolonge jusqu'à une distance de  $30e$ .
- Une forte accentuation de la dissymétrie des fluctuations de vitesse qui atteint  $-0.5$  dans les mesures expérimentales et  $-1.5$  pour la simulation numérique à  $y^+ = 40$ .
- Les événements de l'éjection dominant dans la zone logarithmique pour la fluctuation de vitesse, par contre les évènements de balayage caractérisent beaucoup plus la zone très proche de la paroi avec une intermittence très importante.
- Une importante augmentation de la dissymétrie des fluctuations de la fraction massique est obtenue dans les deux cas d'injection (Hélium et air).

L'évolution des phénomènes dans le développement du jet pariétal montre que la structure fine de la turbulence atteint rapidement un état quasi-établi à  $1.5\delta$ . Dans

cette région initiale, l'activité de la turbulence est renforcée, sans doute par les gradients de densité qui contribuent à la production d'énergie cinétique turbulente.

Les résultats montrent que la région aval, jusqu'à  $5\delta$ , est caractérisée par une lente relaxation vers le régime de la couche limite canonique. Il semble bien que :

- Les gradients de densité locaux ne contribuent plus de manière significative à l'énergie turbulente.
- A cette distance, les modifications de la structure de la turbulence résultent de l'injection d'un effet de mémoire des bouleversements initiaux.

## Perspectives

Dans cette étude la double corrélation  $\overline{\rho'u'c'}$  apparut dans l'équation de transport de la concentration est modélisé par une simple équation sous forme de gradient de diffusion  $\overline{\rho'u'c'} = \frac{\vartheta_t}{Sc} \frac{dC}{dx_j}$ . Cette formule a des limites dans la simulation des écoulements complexe, puisque elle suppose que le flux de scalaire est lié directement et d'une façon linéaire au gradient de la concentration moyenne. Elle néglige par exemple le gradient de vitesse moyenne. En vue du couplage entre les équations du champ dynamique et les équations du champ de fraction massique, peu d'attention à la modélisation du champ fluctuant de fraction massique ce qui peut conduire à des erreurs de prédiction du coefficient du frottement pariétal, ainsi que le coefficient du transfert de chaleur par exemple. En effet, une erreur dans le calcul du frottement qui dépasse 15% peut être inacceptable dans des applications aérospatiales. Donc plus de détail dans les équations de transport est nécessaire dans des études futures pour bien simuler les écoulements complexes à densité variable, en considérant de l'équation de transport propre de  $\overline{\rho'u'c'}$  donnée par :

$$\frac{d\overline{\rho'u'c'}}{dt} = P_{ic} + \Phi_{ic} + D_{ic} - \epsilon_{ic}$$

Avec :

$$\Phi_{ic} = -\frac{1}{\rho} c \overline{\frac{\partial p}{\partial x_i}}$$

$$D_{ic} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \overline{u_i u_j c} - \alpha u \frac{\partial c}{\partial x_j} - \vartheta c \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right)$$

$$\epsilon_{ic} = (\alpha + \vartheta) \overline{\frac{\partial c'}{\partial x_j} \frac{\partial u'_i}{\partial x_j}}$$

$$P_{ic} = -\overline{u'_i u'_j} \frac{\partial \bar{c}}{\partial x_j} - \overline{c' u'} \frac{\partial \bar{U}}{\partial x_i}$$

Les trois premiers termes nécessitent une modélisation, le dernier terme est exact. Il représente le taux de production du flux de  $\overline{\rho' u' c'}$  par les gradients de la fraction massique et de vitesse moyen.

Encore plusieurs études futures peuvent se dégager de cette étude. On peut citer :

- La simulation numérique de l'écoulement en utilisant d'autres méthodes que celle de la moyenne de Favre, comme par exemple la proposition de P.Chassaing.
- L'étude de l'écoulement avec forte différence de densité en inversant la position de la paroi c'est-à-dire que l'écoulement peut avoir soit la direction de la pesanteur, soit la direction en haut, et ceci pour capter les zones où l'écoulement présente des caractéristiques convectives ainsi que les zones où les effets des forces de flottabilités sont prépondérants.
- L'étude des jets turbulents à densité variable impactant des parois courbées. Dans une couche limite turbulente siège des tourbillons longitudinaux en épingle à cheveux. La concavité de la paroi renforce ces tourbillons par instabilité de Gortler et qui va intensifier la turbulence de façon importante. Par contre, une paroi convexe diminuera la turbulence, mais pourra conduire aussi au décollement de la couche limite accompagné d'un lâché de tourbillons intenses.

## Références

- [01] A.Soudani, Application des réseaux de neurones aux mesures simultanées en écoulement turbulent. Thèse de doctorat INP Grenoble, **1996**.
- [02] L.Su, and M.G Mungal, Simultaneous measurements of velocity and scalar fields: application in crossflowing jets lifted jet diffusion flames. Center for Turbulence Research, Annual Briefs, Stanford University, **1999**.
- [03] A. Honkan, P Andreopoulos ,Vorticity, strain-rate and dissipation characteristics in the near wall region of turbulent boundary layers. *Journal of Fluid Mechanics*, vol. 350, p. 29, **1997**.
- [04] S.K Lele, Compressibility effects on turbulence. *Ann. Rev. Fluid Mech*, 26: pages 211-154, **1994**.
- [05] G.Brown and A.Roshko, On density effects and large scale structure in turbulent mixing layer. *J.Fluid Mech.*, 64: pages 775-816, **1974**.
- [06] A.Djoan and M.A.Leschzine , Large eddy simulation of a plane turbulent wall jet. *Physics of fluid* 17,025102 **2005**.
- [07] A.Djoan and M.A. Leschziner , LES study of the statistical characteristics of the plane turbulent wall jet. *Proceedings of the tenth European Turbulence Conference*, H.I Anderson and P-A Krogstad(Eds), pp.663-666, **2004**.
- [08] A.Djoan and M.A. Leschziner, Assessment of turbulence models for predicting the interaction region in a wall jet by reference to LES solution and budgets. *ETMM6, Sardinia, Italy*, **2005**.
- [09] D. Ahlaman, G.Brethouwer, and A.V. Johansson, Direct numerical simulation of a plane turbulent wall-jet including scalar mixing. *Phys. Fluids*, **2007**.
- [10] B.E. Launder and W. Rodi, The turbulent wall jet-measurements and modelling. *Annu.Rev. Fluid Mech* 15, 429, **1983**.
- [11] A. Djoan and M. A. Leschziner , Separating the effects of wall-blocking and near wall shear in the interaction between the wall and the free-shear layer in a wall jet. *Physics of Fluids* **18**, 065110, **2006**.
- [12] D.Livescu ,Turbulence with large thermal and compositional density various. *Annu. Rev. Fluid mech*, 52:309-41 **2020**.
- [13] D.Xu and J.Chen , Subgrid-scale dynamics and model test in a turbulent stratified jet with coexistence of stable and unstable stratification. *Journal of turbulence*, Doi 0.1080/14685248.2015.1129407.



- [14] P. Chassaing, The modelling of variable density turbulence flow. *Flow, turbulence and combustion* 66: 293-332, **2001**.
- [15] T. Cebeci, B.P. radshaw, *Momentum Transfer in Boundary Layers*. McGraw Hill, **1977**.
- [16] E. Gnanamanickam, S. Bhatt, J.L.atim, & Z. Zhang, Exploiting the non-linear interactions within wall turbulence for flow control. Daytona Beach, Florida, United States of America **2016, July**.
- [17] D.G Bogard et W.G T, Burst detection with single-point velocity measurement. *J.Fluid Mech*, 162;389-413 **1986**.
- [18] T. Theodorsen , Mechanism of turbulence. *Proc. Midwest. Conf. Fluid Mech.*, 2<sup>nd</sup>, Columbus, Ohio, pp. I 18, **1952**.
- [19] J.O. Hinze , *Turbulence*. New York: McGraw-Hill, **1975**.
- [20] S. Kline, W.C. Reynolds, F.A Schraub, P.W.Runstaddler, The structure of turbulent boundary layer. *J.Fluid Mech*. 30: 741-73, **1967**.
- [21] S.S Lu et W.W Willmarth ‘ measurements of the structure of the Reynolds stress in turbulent boundary layer. *J.Fluid Mech*,60(3):481-511 **1973**.
- [22] J.M Wallace, R.S Brodkey et H. Eckelmann ,Pattern-recognized structures in boundary shear flows. *J.Fluid Mech*, 83:673-, **1977**.
- [24] S.Sakar, T.R Rose, Comparison of different Turbulence models for prediction of slot-film Cooling: flow and temperature field. *An international Journal of computation and methodology*, **2007**.
- [25] AZZI ABBES, Investigation numérique appliqué aux aubes des turbines à gaz. Thèse de doctorat d'état, faculté de génie mécanique, département de génie maritime, USTOMB, Algérie **2001**.
- [26] M.B. Jovanovic, Film cooling through imperfect holes. PhD thesis, Eindhoven University of Technology, the Netherlands., **2007**.
- [27] T.F FRIC, A ROSHKO, Structure in the near field of the transverse jet, Seventh symposium on turbulent shear flows,Stanford. August **1981**.
- [28] Akash Selvakumar and Sridhar Palanisamy, Analysis of the effects of positive ions and boundary layer temperature at various hypersonic speeds on boundary layer density. *Emerging Investigators*, **2020**.
- [29] P.R Viswanath, Aircraft viscous drag reduction using riblets. *Progress in Aerospace Science*, 571-600, **2002**.

- [30] 'Airline fuel cost and consumption' (U.S. Carriers-Scheduled) Retrieved from United State Department of Transportation, **2016**.  
p://www.transtats.bts.gov/fuel.asp
- [31] A. Soudani, S. Bougoul and J.L Harion, Density and velocity Measurements in turbulent He-Air boundary layer. Science & Technology - n° 19 pp70-75, Juin **2003**.
- [32] J.L Harion , Influence de différences de densité importantes sur les propriétés de transfert d'une couche limite turbulente. Thèse de doctorat INP Grenoble, **1994**.
- [33] J.L Harion, B.E Camano and M. Favre Marinet , Mesures de vitesse et de concentration par thermo-anémométrie dans des mélanges air-hélium. CRAS Paris, t320 Série Iib, pp 77-84, **1995**.
- [34] A.Soudani, Neural networks : A new method of Calibration for the interference probe applied to Measurements in air-helium turbulent boundary layer', Symposium on devices for flow measurement and Analysis, USA, (**1997**).
- [35] A.Soudani, M. Favre Marinet, S Tardu, J.L Harion , Fine structure of turbulence in boundary layer with strong density differences. Sixth European Turbulence Conference. Lausanne-Swiss, July 2-5, **1996**.
- [36] M.Sarh, Contribution à l'étude des jets turbulents à masse volumique variable et des flammes de diffusion turbulentes, Thèse de doctorat Es-Science, univ.Pari, **1990**.
- [38] Panchapakesan et Lumley, Turbulence measurements in axisymmetric jet of air and helium. Vol.11, pp 135-141, **1991**.
- [39] A.W Vreman, N.D Sandham et K.H Luo , Compressible mixing layer growth rate and turbulence characteristics. Phys.Fluids320:pages 235-258, **1996**.
- [40] S. Sarkar et C. Pantano, Effects of density variation in compressible turbulent shear flows. In P. Chassaing F. Anselmet and L. Pietri, editors, *Pocceedings International Conference on variable density Turbulent Flows*, Banyuls, June. Press. Univ. Perpignan **2000**.
- [41] P.Bradshaw, D.H Ferriss, RF Johson, Turbulence in the noise-production region of a circular jet. J Fluid Mech, Vol.19, pp 591-625, **1964**.
- [42] J. Cohen, I. Wygnanski, The evolution of instabilities in the axisymmetric jet: The linear growth of disturbance near the nozzle. J. Fluid Mech, Vol. 176, pp.191-219, **1987**.

- [43] L.P.Chua, R.A.Antonia, Spatial organisation of large structures in the near-field of a circular jet. *Fluid Dynamics Research*, Vol.9, pp 59-71, **1992**.
- [44] S.Kumori, H. Ueda, The large-scale coherent structure in the intermittent region of the self-preserving round free jet. *J.Fluid Mech.*; col.152, pp.337-359, **2006**.
- [45] M.C Soteriou and A.F.Ghoniem , Effects of the free-stream density ratio on free and forced spacially developing shear layers. *Phys.Fluids A*, 7(8):2036, **1995**.
- [46] R.F Davey et A. Roshko, The two dimensional mixing region. *Phys.Fluids* 53: pages 523-543, **1972**.
- [48] E.M Bahraoui, Contribution à l'étude d'un jet turbulent axisymétrique en présence de forts gradients de température' Thèse de doctorat ès-Sciences, IMST, Marseille, **1987**.
- [49] M.Amielh, Etude expérimentale d'un dilueur de jet chaud. Thèse de doctorat, IMST, Marseille, **1989**.
- [50] L.Fulachier, R.Borghi, F.Anselment et P.Paranthoen, Influence of density variations on the structure of low speed turbulent flows. A report on EUROMECH 237.*J.Fluid Mech*,Vol 203, pp.577-593, **1989**.
- [51] F. Anselment, R. Schiestel, EM, BahraouiI. Zahibo et L. Fualchier, Experimental investigation and turbulent flux modelling of a strongly heated turbulent jet. *Coll. Euromech 237*, Marseille **1988**.
- [51] P. Chassaing and M. Ghibat, Second order modelling of a variable density mixing layer. *Euromech. Coll. 37*, Marseille, France **1988**.
- [52] R.Borghi, M.Gonzales, Application of lagrangian models to turbulent combustion. *Comb.and Flame*, Vol.63, pp. 239-250 **1986**.
- [53] P.A .Monkewitz, K.Sohn, Absolute instability in hot jets. *AIAA*, Vol26, pp. 911-916, **1989**.
- [54] K.R.Sreennivasan, S.Raghu, et D.Kyle, Absolute instability in variable density round jets. *Exp.Fluid*, Vol.7, pp. 309-318, **1989**.
- [55] P.A.Monkewiwitz, D.W.Bechert, B.Barsikow et B.Lehmann, Self exited oscillations and mixing in heated round jet. *J.Fluid Mech*, V.213. pp 611-639, **1990**.
- [56] R.Riva, Ecoulement de fluides inhomogènes : stabilité de jets, transfert turbulents dans les couches limites. Thèse de l'Institut National Polytechnique, Grenoble, France **1991**.

- [57] S.Korrsin, M.S.Uberoi, Further experiments on the flow and heat transfer in a heated turbulent air jet. National Advisory Committee for Aeronautics, NACA Technical Note n<sup>o</sup>1865, Washington **1949**.
- [58] F.P. Ricou, Splading, Measurements of entrainment by axisymmetrical turbulent jets. J.Fluid Mech, Vol.11, pp 21-32, **1961**.
- [59] L.H.Tombach, Velocity measurements with a new probe in inhomogeneous turbulent jets. PhD. Thesis.California Institute of technology, **1969**.
- [60] G.N.Abramovich, O.V.Yakovlevsky, L.P.Smirnova et A.N.Dov, An investigation of the turbulent jets of different gases in general stream. Astronaut. Acta 14, **1969**.
- [61] S.Russ, P.J.Strykowski, Turbulent structure and entrainment in heated jets: the effects of initial conditions. Phys.Fluids A, pp. 3216-3225, **1993**.
- [62] R.A.Antonia, R.W.Bilger, An experimental investigation of an axisymmetric jet in coflowing air stream. J.Fluid.Mech, Vol.61,pp805-822, **1973**.
- [63] R.Matsumoto, K.Kimoto et N.Tsuchimoto, A study on double concentric jets. First report, Experimental results on air-air flow Huttetin of JSME, **1973**.
- [64] W.M.Pitts, Effects of global density ratio on the centreline mixing behaviour of axisymmetric turbulent jets. Exp. Fluids, Vol11 , pp.135-141, **1991**.
- [65] L.Fulachier, F.Anselmet et M.Amielh, Quelques résultats sur les écoulements subsoniques à masse volumique variable. 27<sup>ème</sup>coll. D'Aérody.App, Marseille **1990**.
- [66] J.O.Hinze, Turbulence. Second edition, Me Graw-hill serie in Mech.Engineering, **1975**.
- [67] A.Favre, Equations statistiques des gaz turbulent. CR.Acad.Sci Paris 246,2573- 3216, **1958**.
- [68] A.Favre, Equations des gaz turbulents compressibles. I Forme générales. J.Méc.4, 361-390, **1965a**.
- [69] A.Favre, Equations des gaz turbulents compressibles. II Méthode des vitesses moyennes ; Méthode des vitesses macroscopiques pondérées par la masse volumique. J. Méc.4, 390-421, **1965b**.
- [70] A.Favre, Equations statistique aux fluctuations d'entropie, de concentration, de rotationnel dans les écoulements compressibles. C.R. Acad. Sci. Paris 273, 1289-1294, **1971**.

- [71] A.Favre, Equations statistique des fluides turbulents compressibles. Fifth Cong. Can. De Méc. Appl., New Brunswick Univ., pp. G3-G34, **1975**.
- [72] A.Favre, Equations statistique des fluides turbulents à masse volumique variable en écoulements turbulents. Second Journées d'Etudes Ecoulements Turbulents Mane Volumique Variable, Orléans,France, **1992**.
- [73] P. Chassaing and J.M. Herrard, Second order modelling of a variable density turbulent mixing. Sixth Symp. On Turbulent shear flows. Toulouse, 17/8 **1987**.
- [74] P. Chassaing and M. Ghibat, Second order modelling of a variable density mixing layer. Euromech. Coll. 37, Marseille, France **1988**.
- [75] P.Chassaing, & G. Harran &, L. Joly, Density fluctuations correlations in free turbulent binary mixing. J Fluid M 279-278 **1994**.
- [76] B.J Daly and F.H Harlow , Transport equations in turbulence. Physics of Fluids 13,pp.2634-2649, **1970**.
- [77] K. Hanjalic and B.Launder , Modelling Turbulence in Engineering and the Environment. (Second-Moment Routes to closure) II Approaches to closure, **2011**.
- [78] T.H Shih and J.Lumley, Kolmogorov behaviour of near- wall turbulence and its application in turbulence modelling. Nasa technical memorandum 105663 INCOMP-92-10; COMOTT-92-06, **1993**.
- [79] M. Adziabtic and K.Hanjalic, Vortical structures and heat transfer in plane impinging jet. J.Fluid Mech. 596,221- 260, **2008**.
- [80] H.Versteeg and W. Malalasekera, An Introduction to Computational Fluid Dynamics: The Finite Volume Method. Second edition. Pearson Education Limited. Edinburgh Gate. Harlow. Essex CM20 2JE. England, **2007**.
- [81] H. Schlichting, Boundary layer theory. McGraw-Hill, New York, **1987**.
- [82] P.Chassaing, R.A. Antonia, F. Anselment, L. Joly and S. Sarkar, Variable Density Fluid Turbulence. Fluid Mechanics and its Applications, volume 69, France **2002**.
- [83] H. Tennekes, J.L. Lumly, A First course in Turbulence. The MIT Press, Combridge, Massachusetts, and London, England **1972**.
- [84] M. Lesieur, Turbulence in Fluids. Fluid Mechanics and its Applications. volume 84, France **2008**.
- [85] Stefane Cademartori,Carlo Cravero, Martino Marini et Davide Marsano, CFD Simulation of the Slot Jet Impingment Heat Transfert Process and Application

to a Temperature Control System for Galvanizing Line of Metal Band. Applied Sciences, <https://doi.org/10.3390/app 11031149>, **2021**.

# **Annexe**